
Pixel-Phase Error Reduction without Dithering

大澤亮*, 上塚貴史

*National Astronomical Observatory of Japan, JASMINE Project

Table of Contents

1. Pixel-Phase Errors とは何か
2. 本研究のアプローチ
3. 一次元でのコンセプト実証
4. 二次元試験画像での実証
5. まとめ & 議論

1. Pixel-Phase Errors とは何か

2. 本研究のアプローチ

3. 一次元でのコンセプト実証

4. 二次元試験画像での実証

5. まとめ & 議論

Backgrounds

研究のテーマ: 天体画像を用いた「位置天文学」

⇒ 画像データに含まれる星の中心位置を正確に測る (ピクセル座標)

半導体イメージセンサによって取得したデータ

ピクセルによって離散化された情報

星像中心位置を正確に測るには適切な星像モデルが必要

Gaussian や Moffat などの関数による近似 ⇒ 単純な星像モデルによる限界

適切な星像モデルを用いることで S/N に応じてより高い精度で測定可能

星像モデル (effective PSF)

星像 = Point-Spread Function をピクセル内で積分したもの

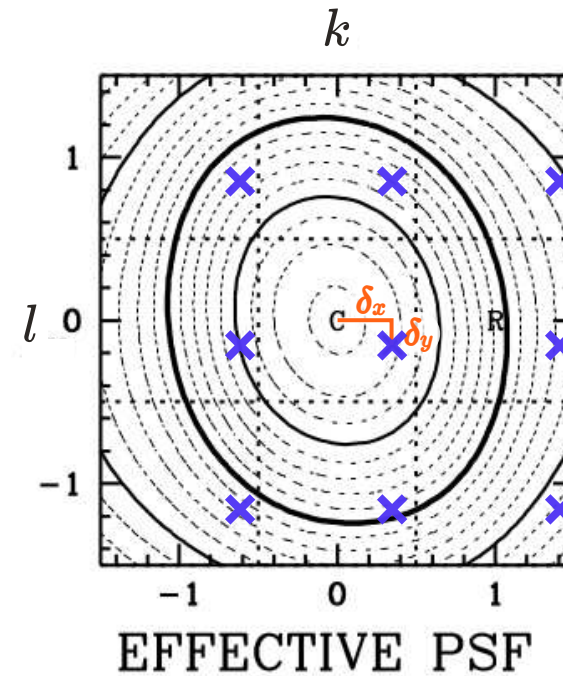
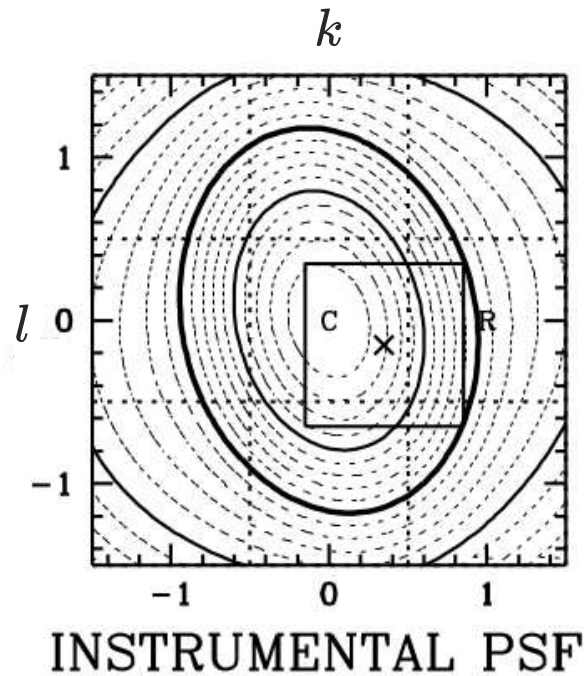
$$I_{i,j}(x, y) = \int_{i-0.5}^{i+0.5} d\xi \int_{j-0.5}^{j+0.5} d\eta \underbrace{R(\xi - i, \eta - j)}_{\text{intra-pixel response}} \text{PSF}(\xi - \textcircled{x}, \eta - \textcircled{y})$$

true positions

星像モデル (effective PSF)

星像 = Point-Spread Function をピクセル内で積分したもの

$$I_{k,l}(\delta_x, \delta_y) = \int_{-0.5}^{+0.5} d\tilde{\xi} \int_{-0.5}^{+0.5} d\tilde{\eta} \underbrace{R(\tilde{\xi}, \tilde{\eta})}_{\text{intra-pixel response}} \text{PSF}(\tilde{\xi} + \underbrace{k}_{\text{relative pixel index}} - \underbrace{\delta_x}_{\text{pixel phases of the target}}, \tilde{\eta} + \underbrace{l}_{\text{relative pixel index}} - \underbrace{\delta_y}_{\text{pixel phases of the target}})$$

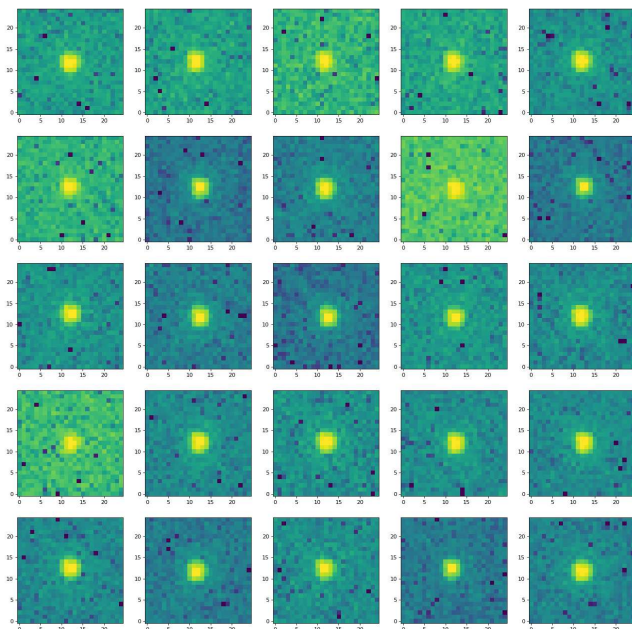


星像を用いた ePSF 推定

以下の手順を繰り返して高品質な星像モデル (ePSF) を推定する

1. 多数の星像を補間・平均化して ePSF を推定
2. 推定した ePSF で星像中心位置を推定

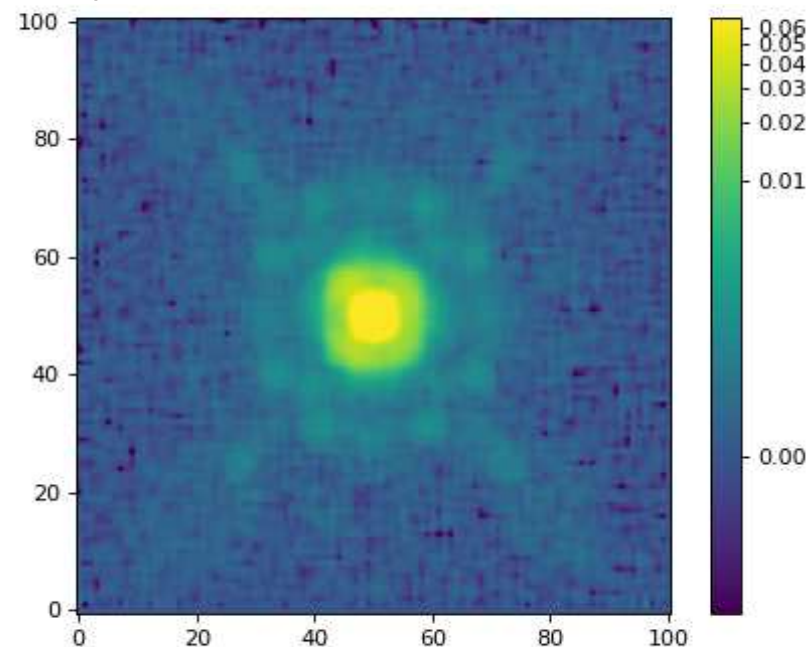
切り出された多数の星像



ePSF 推定

中心位置推定

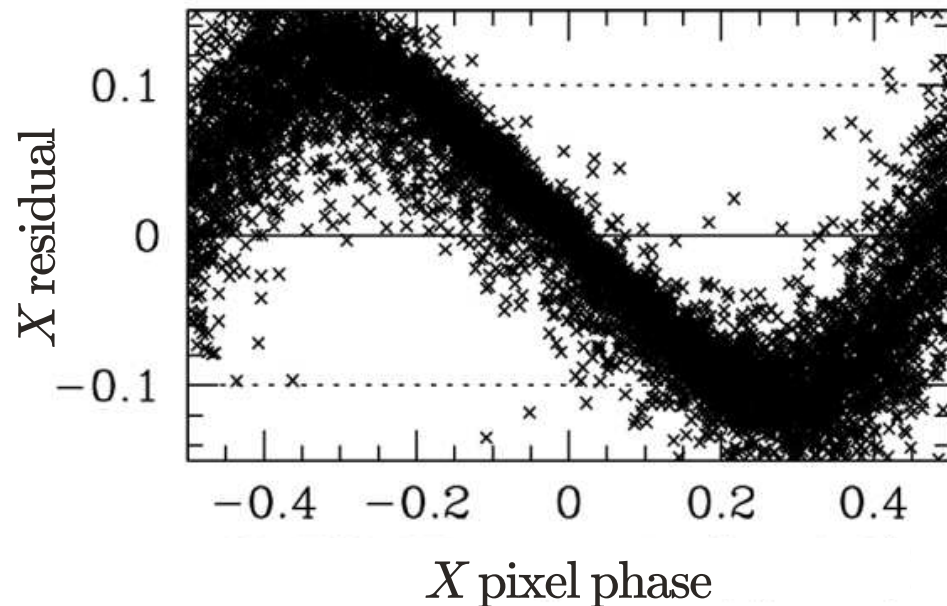
推定された ePSF



Pixel-Phase Errors

ePSF 推定: モデルの自由度が高い
正しくない ePSF でもそれなりに収束する
systematic な bias として現れる

= Pixel-Phase Errors (PPE)



Anderson & King (2000) による対策

位置をずらして**複数枚の画像を取得** (dithering)

“**天体の相対位置は変わらない**” ことを利用して測定を集計

⚠ 画像の歪みを同時に補正する必要がある

⚠ dithering のオーバーヘッドにより観測効率をロスする

1. Pixel-Phase Errors とは何か

2. 本研究のアプローチ

3. 一次元でのコンセプト実証

4. 二次元試験画像での実証

5. まとめ & 議論

本研究のアプローチ

以下の3つの条件を仮定して PPE を post process で補正する

天体の真の pixel phase は $(-0.5, 0.5)$ の一様分布に従う

Pixel Phase Error の形状は奇関数である (+オフセット)

Pixel Phase Error の振幅は小さい (逆関数が存在する)

本研究のアプローチ

以下の3つの条件を仮定して PPE を post process で補正する

天体の真の pixel phase は $(-0.5, 0.5)$ の一様分布に従う

Pixel Phase Error の形状は奇関数である (+オフセット)

Pixel Phase Error の振幅は小さい (逆関数が存在する)

ζ : 観測される pixel phase

$$\zeta = \delta + \text{ppe}(\delta) = \delta + \sum_{n=1}^N A_n \sin(2\pi n\delta),$$

δ : 真の pixel phase

本研究のアプローチ

以下の3つの条件を仮定して PPE を post process で補正する

天体の真の pixel phase は $(-0.5, 0.5)$ の一様分布に従う

Pixel Phase Error の形状は奇関数である (+オフセット)

Pixel Phase Error の振幅は小さい (逆関数が存在する)

ζ : 観測される pixel phase

$$\zeta = \delta + \text{ppe}(\delta) = \delta + \sum_{n=1}^N A_n \sin(2\pi n\delta),$$

δ : 真の pixel phase

ζ の確率分布関数

$$\text{PDF}(\zeta; \{A_n\}) = \left[1 + 2\pi \sum_{n=1}^N A_n \cos(2\pi n\delta) \right]^{-1} \quad (=: Q(\zeta; \{A_n\})),$$

本研究のアプローチ

以下の3つの条件を仮定して PPE を post process で補正する

天体の真の pixel phase は $(-0.5, 0.5)$ の一様分布に従う

Pixel Phase Error の形状は奇関数である (+オフセット)

Pixel Phase Error の振幅は小さい (逆関数が存在する)

ζ : 観測される pixel phase

$$\zeta = \delta + \text{ppe}(\delta) = \delta + \sum_{n=1}^N A_n \sin(2\pi n\delta),$$

δ : 真の pixel phase

ζ の確率分布関数

$$\text{PDF}(\zeta; \{A_n\}) = \left[1 + 2\pi \sum_{n=1}^N A_n \cos(2\pi n\delta) \right]^{-1} \quad (=: Q(\zeta; \{A_n\})),$$

観測結果との KL-divergence

$$\text{KL}(P|Q) = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^M \log \frac{Q(\zeta_i; \{A_n\})}{N},$$

1. Pixel-Phase Errors とは何か

2. 本研究のアプローチ

3. 一次元でのコンセプト実証

4. 二次元試験画像での実証

5. まとめ & 議論

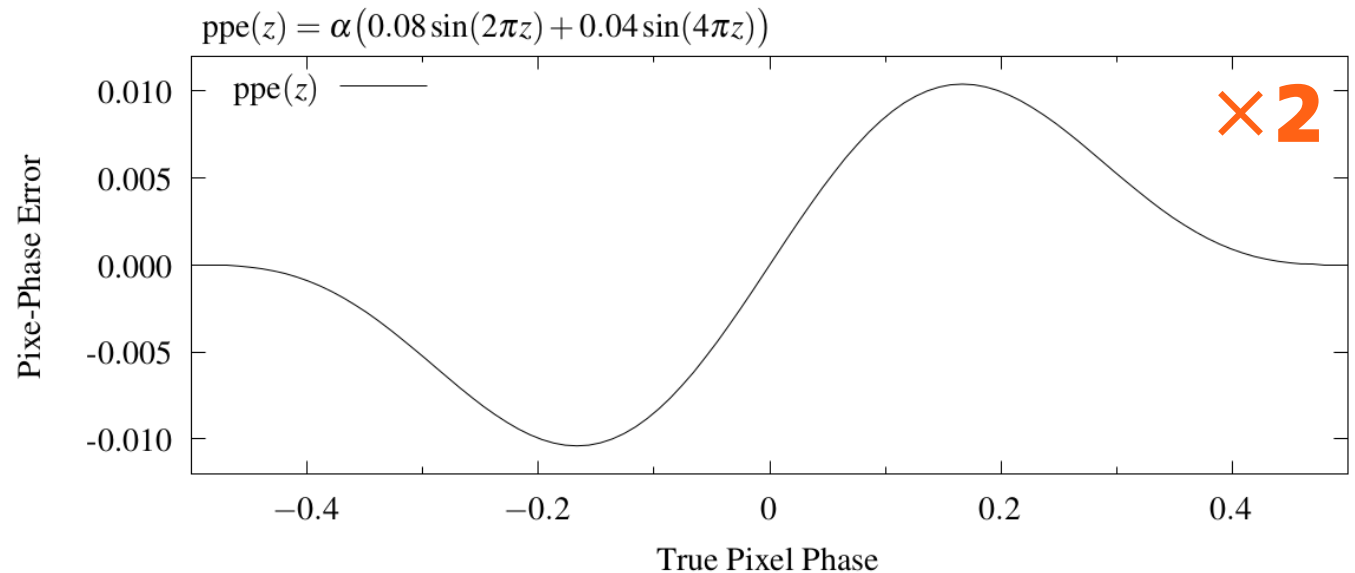
一次元での実証試験

試験データとして $(-0.5, 0.5)$ の一様分布から $M=2000$ 個サンプリング ($= \delta$)

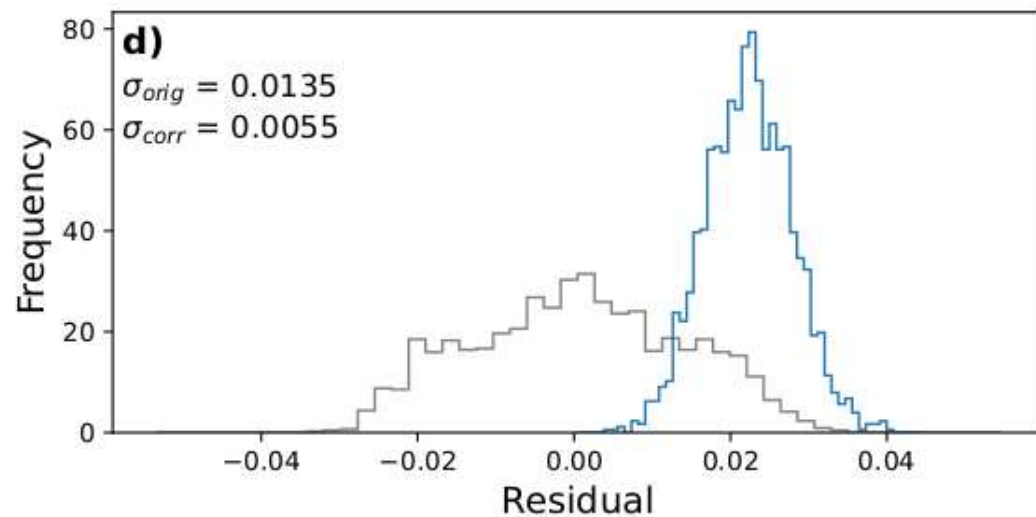
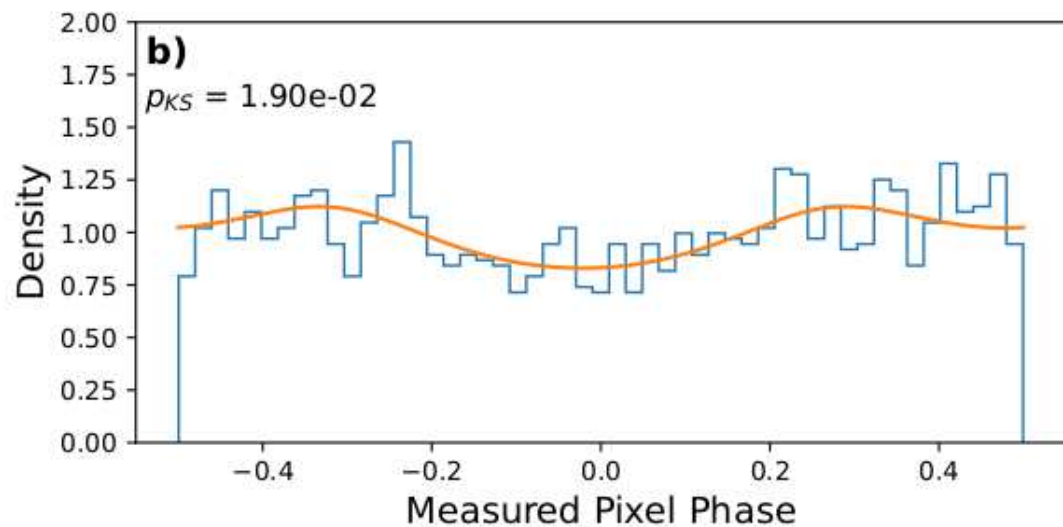
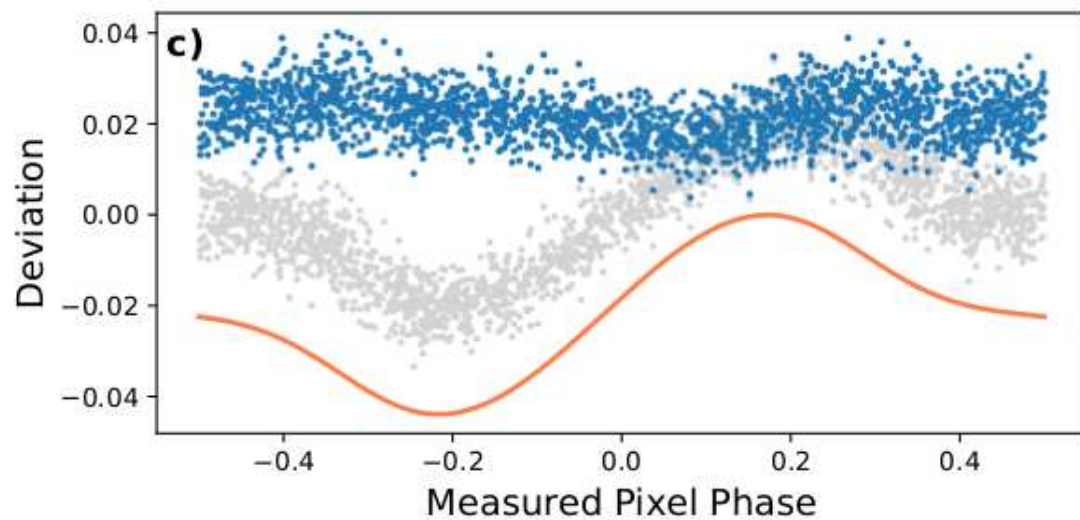
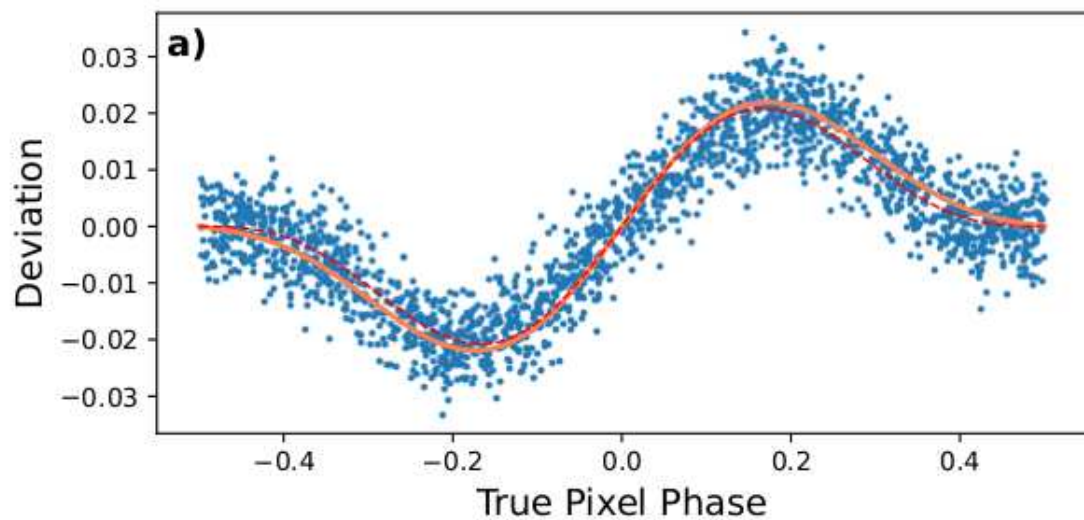
Pixel-Phase Error を加える (右下; 振幅 ± 20 mpix)

測定誤差として $\sigma = 5$ mpix の正規乱数を付加 ($= \zeta$)

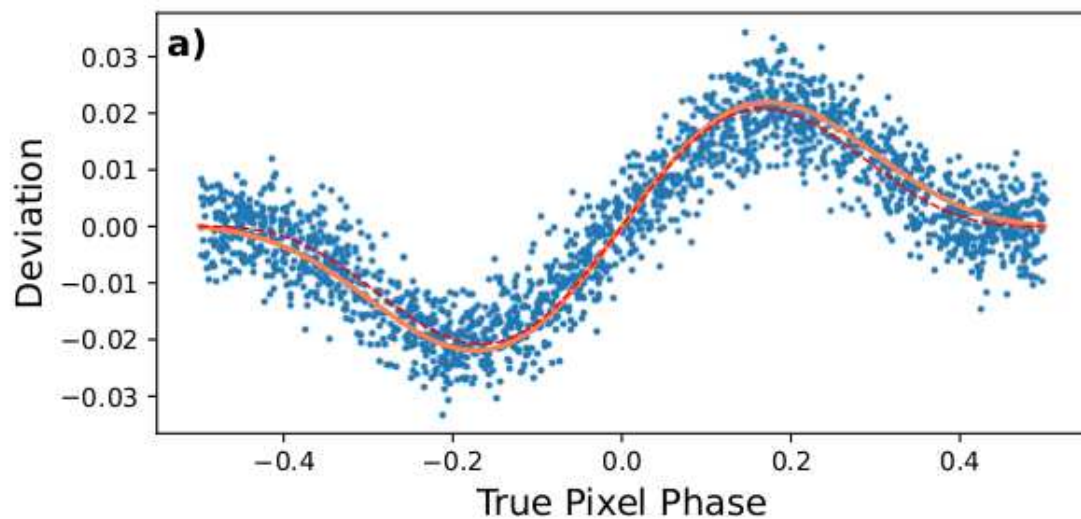
測定結果 ζ のみから PPE を推定可能か検証する



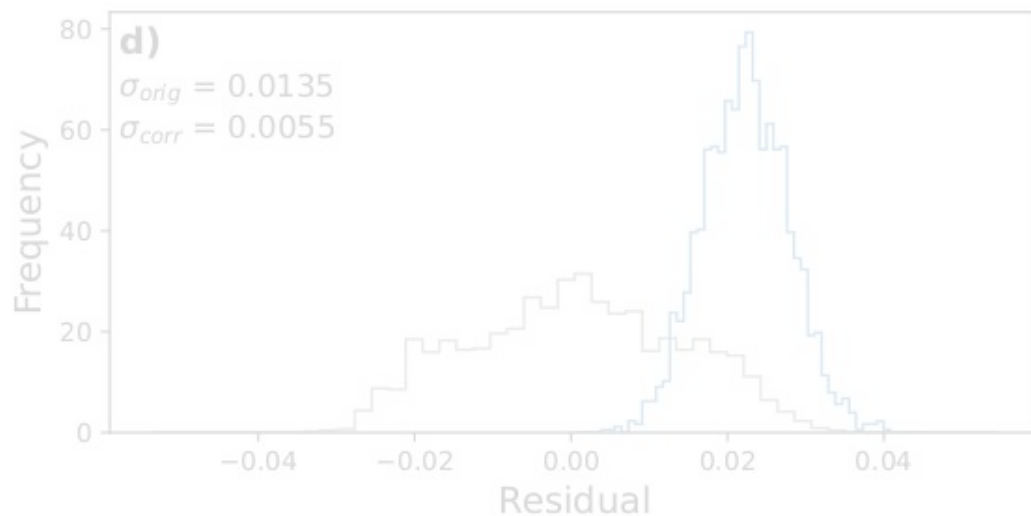
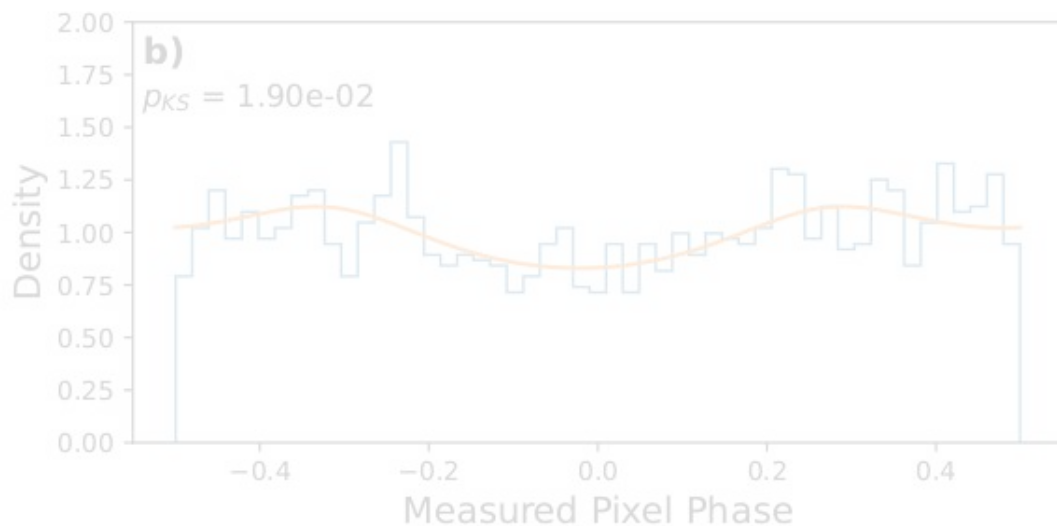
(うまくいった)結果の一例



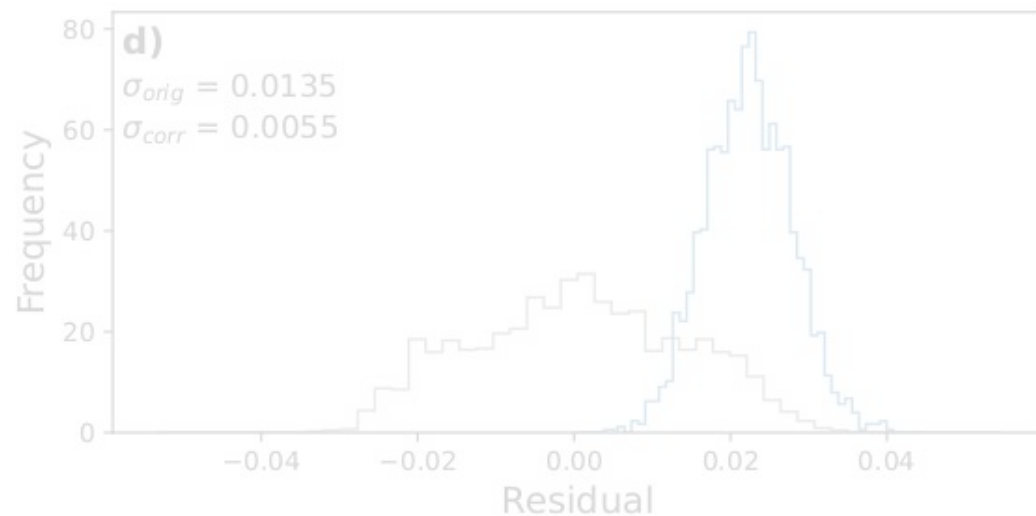
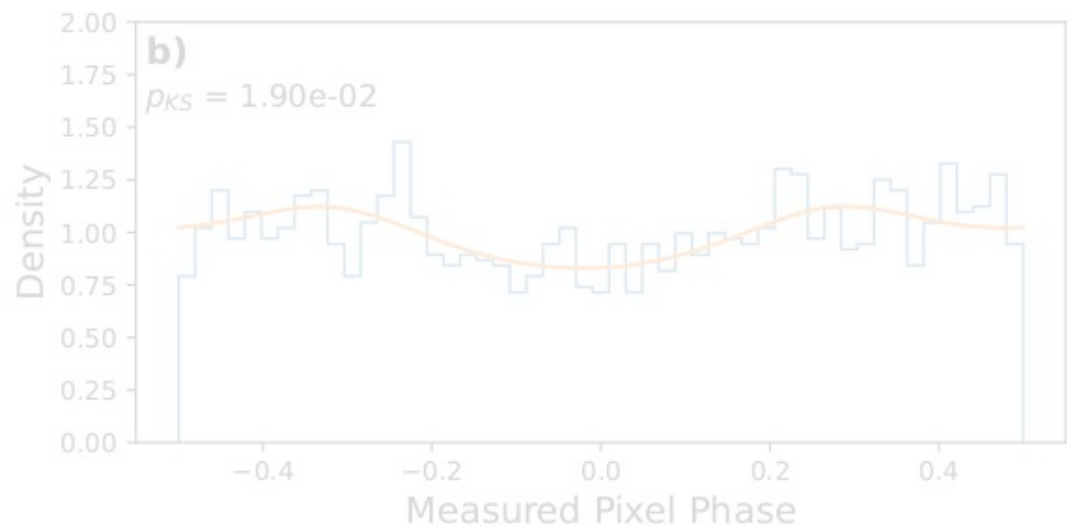
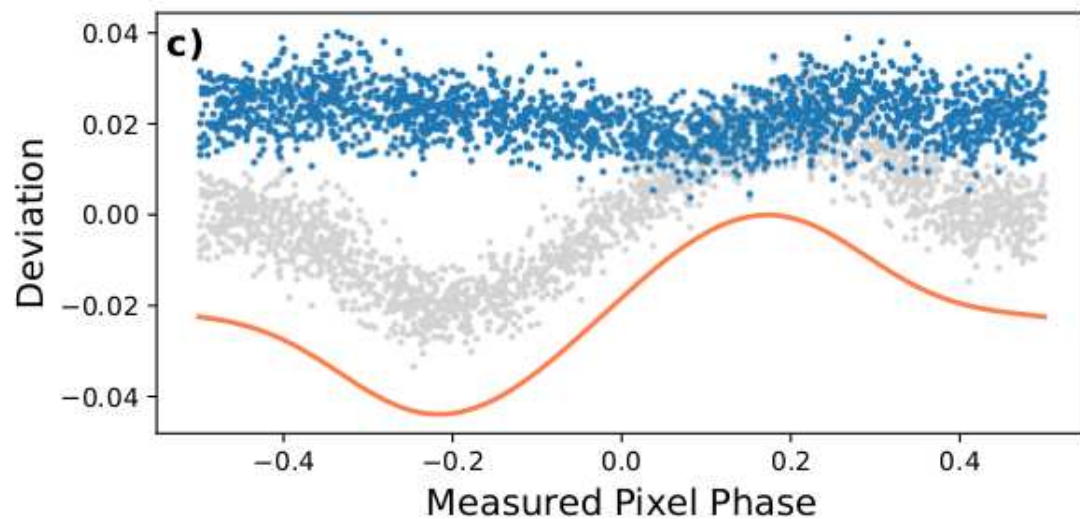
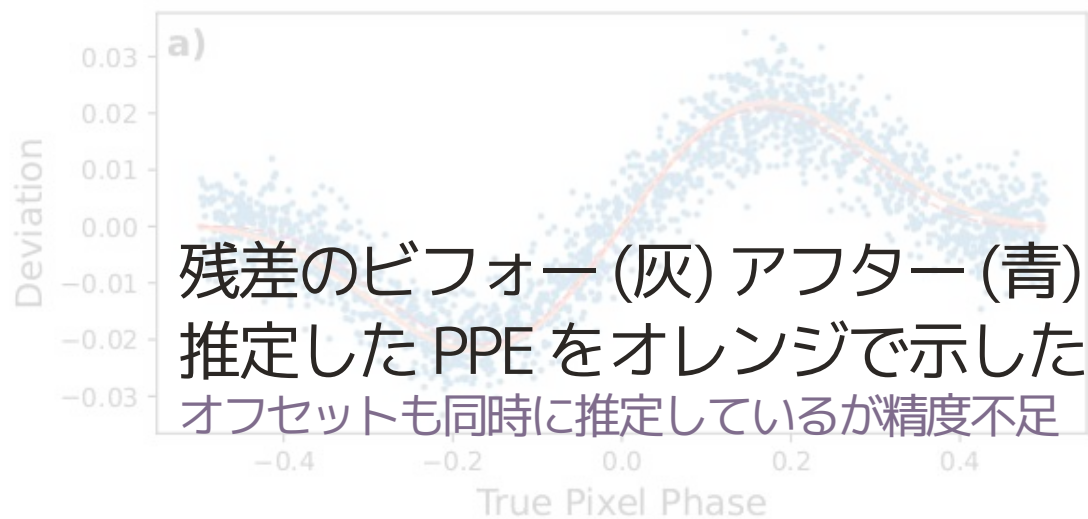
(うまくいった)結果の一例



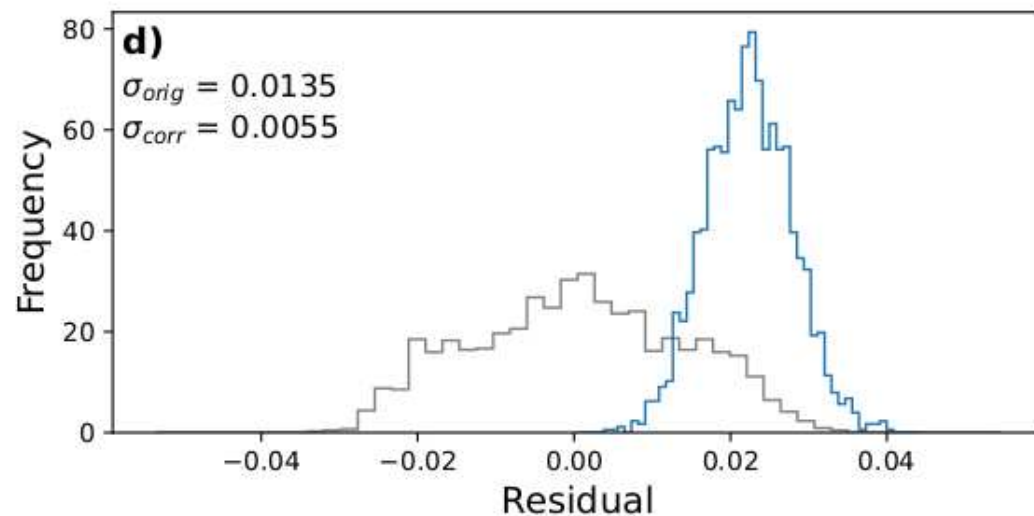
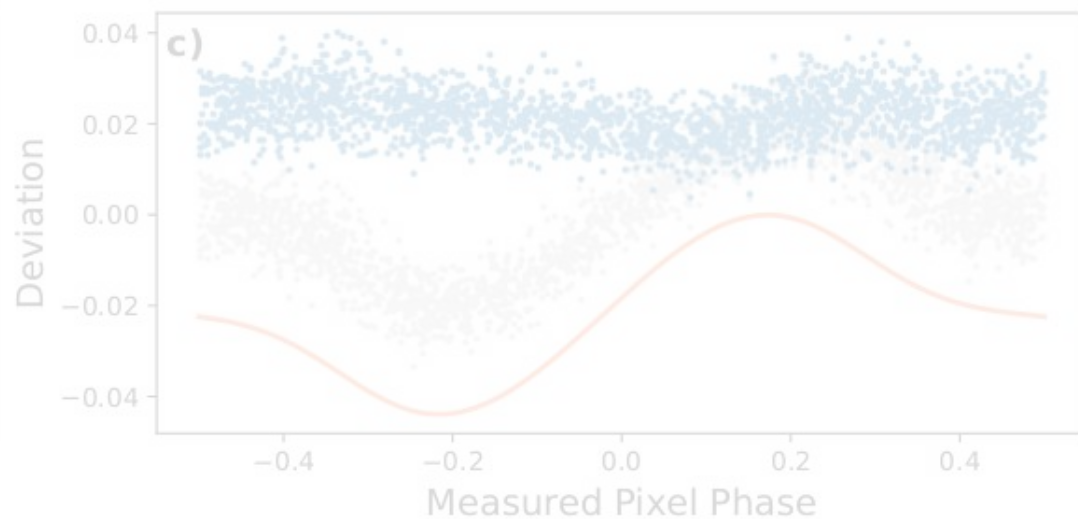
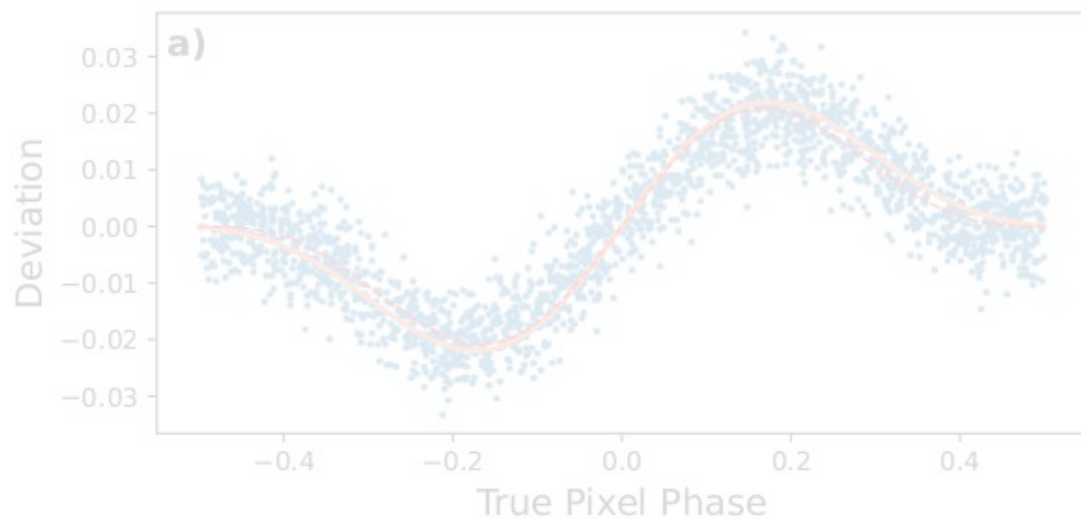
Pixel-Phase Error 込みの測定量 (青)
赤い破線はノイズなしの PPE



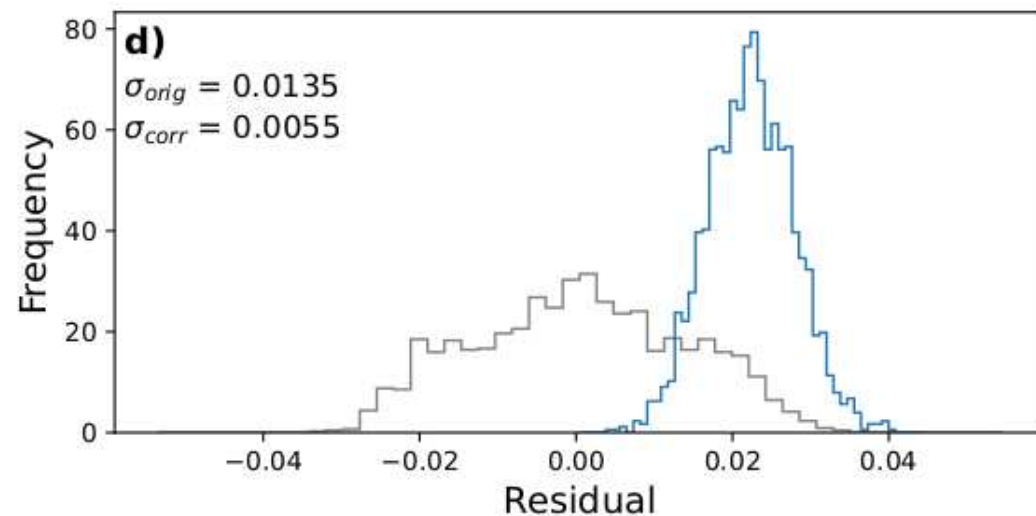
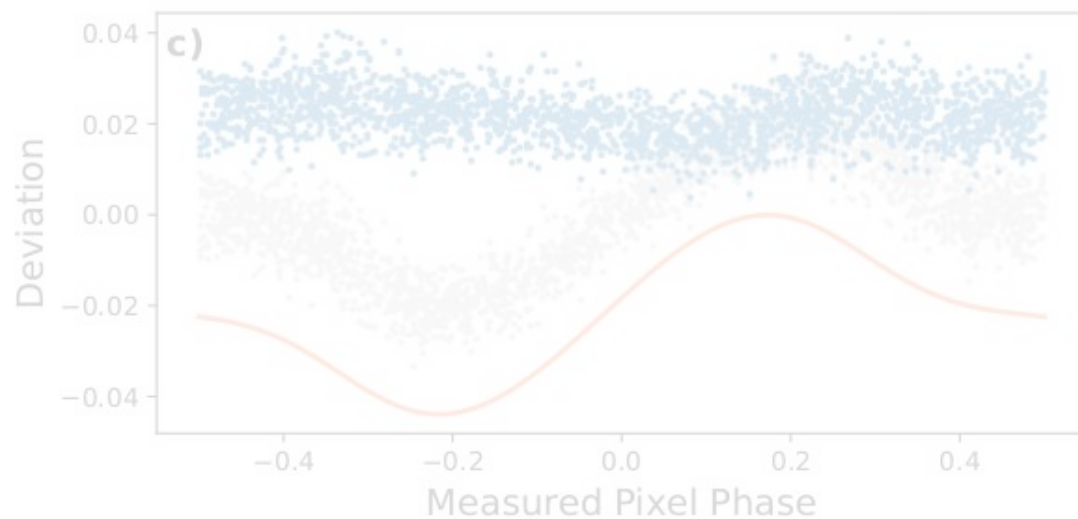
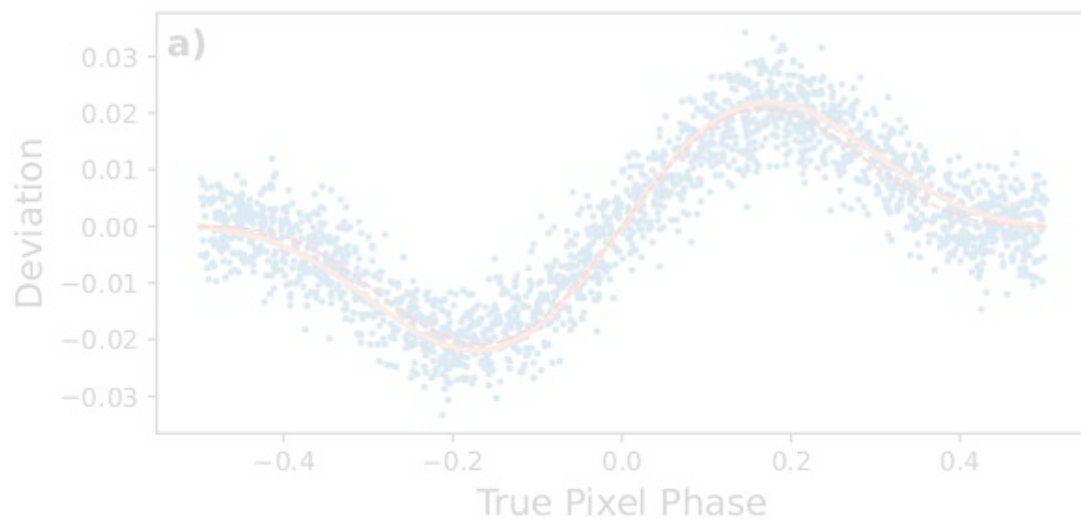
(うまくいった)結果の一例



(うまくいった)結果の一例



(うまくいった)結果の一例



一次元での実証試験

振幅, 天体数, 乱数シードを変えながら実験

⇒ 振幅 ± 20 mpix の場合は天体数 $M = 2000$ あれば安定して推定可能

推定に必要な天体数はヒストグラムの精度に依存

ヒストグラムの bin の精度は天体数の $\sqrt{\quad}$ に反比例

一様分布からの「ズレ」が半分になったら天体数は 4 倍必要

PPE の振幅が ± 10 mpix ⇒ $M = 8000$ 程度必要

± 5 mpix ⇒ $M = 32000$ 程度必要

経験的に確認済み

提案手法が機能するために必要な天体数の見積もりができた

1. Pixel-Phase Errors とは何か
2. 本研究のアプローチ
3. 一次元でのコンセプト実証
- 4. 二次元試験画像での実証**
5. まとめ & 議論

二次元画像での実証

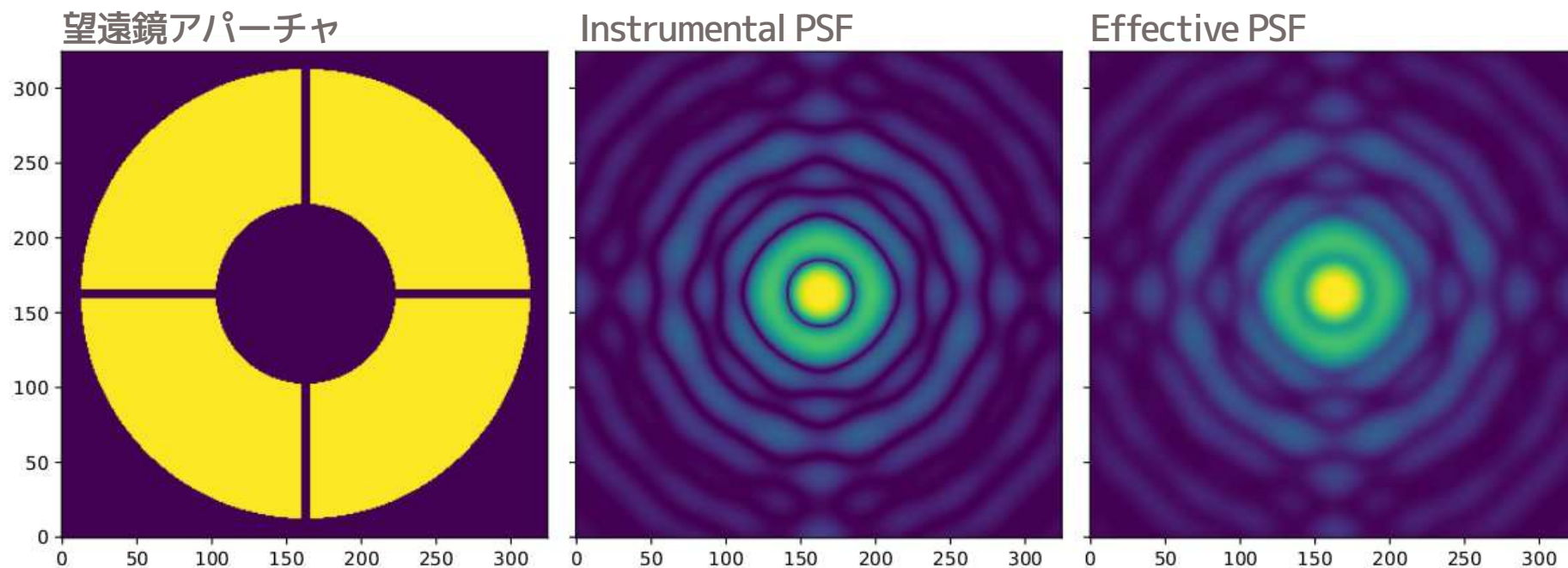
現実に近い状況で検証するために試験画像を作成

望遠鏡アパーチャを定義して instrumental PSF を計算 (monochromatic)

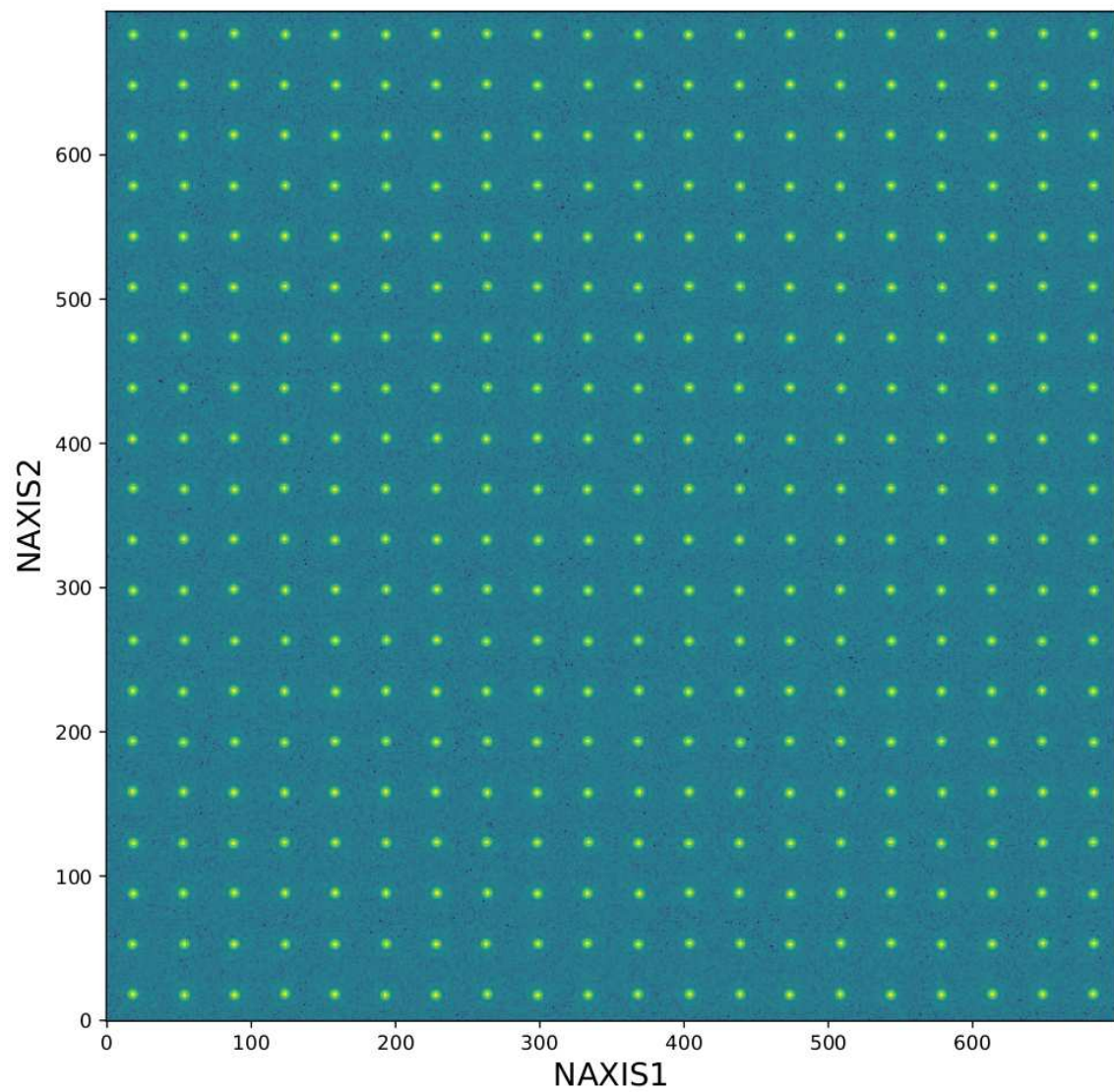
uniform intra-pixel response を仮定して effective PSF を計算

星像が重ならない & pixel phase が一様になるよう 200×200 のグリッドに配置

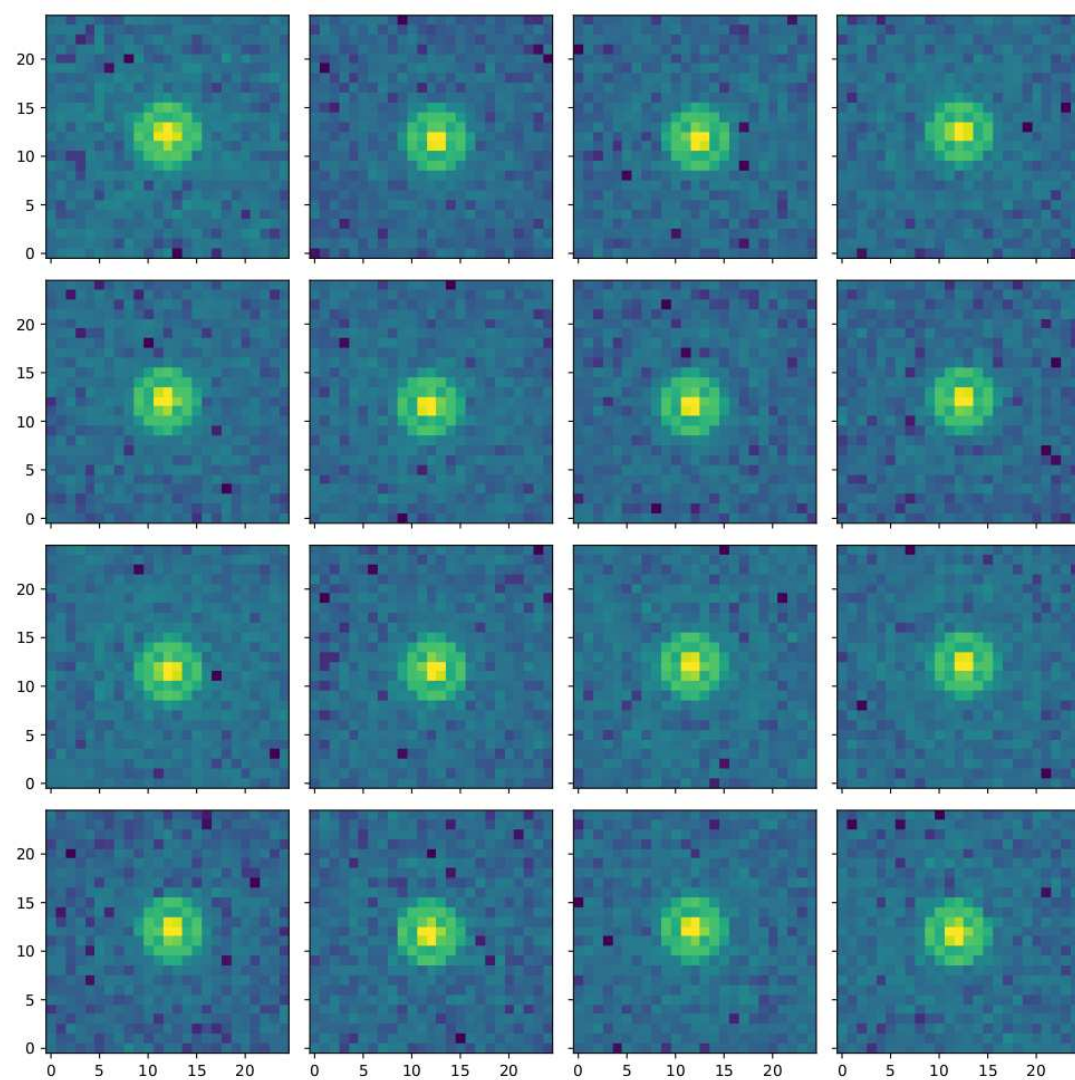
星像の flux は 1000 に統一, ノイズを $\sigma = 0.5$ の正規分布乱数で加えた



生成した試験画像の一部



25×25 で切り出した星像の例

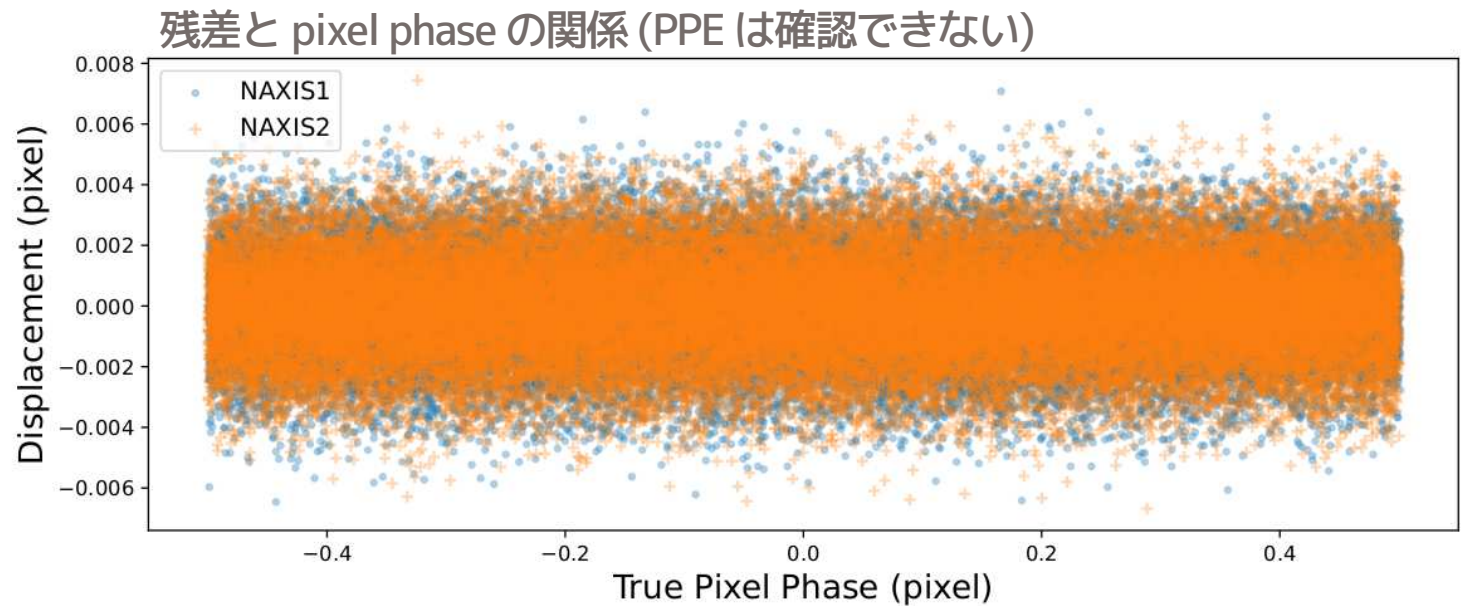
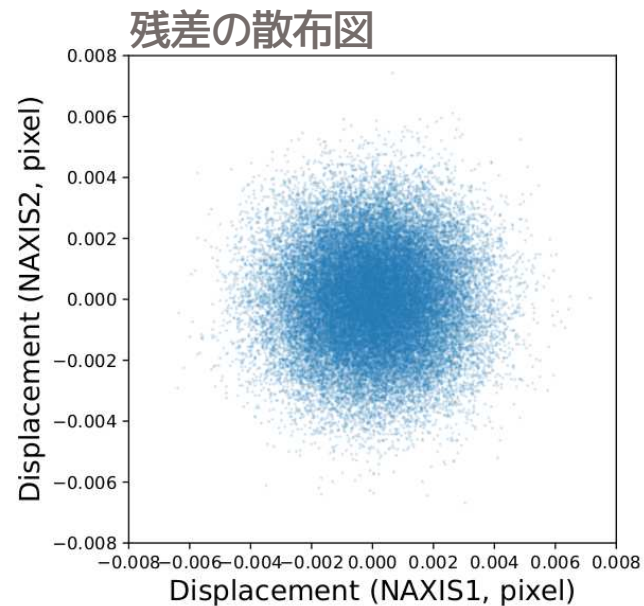


Optimal Model での測定

画像生成時に用いた ePSF を再度使用して星像位置を推定

最適なモデルを使用したときに達成可能な精度を見積もる

残差の標準偏差はそれぞれ **1.65 mpix** (NAXIS1), **1.66 mpix** (NAXIS2) となった

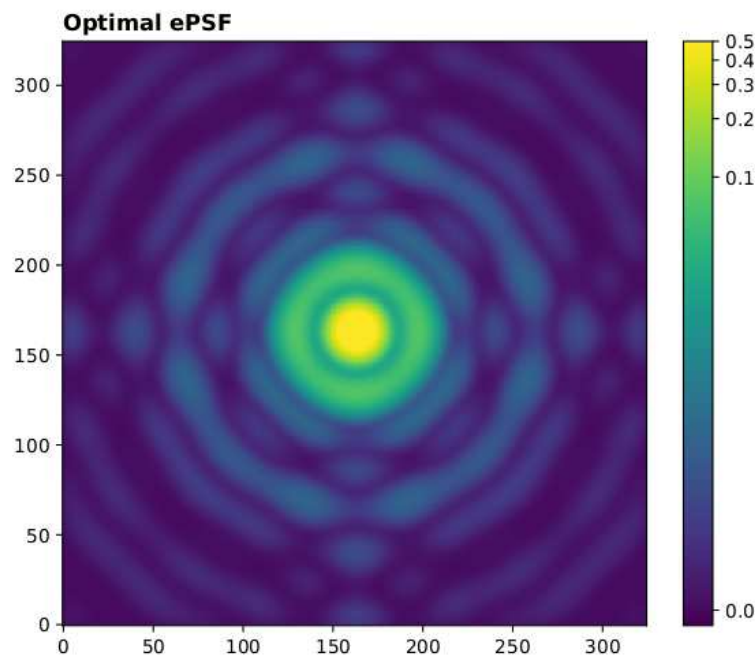
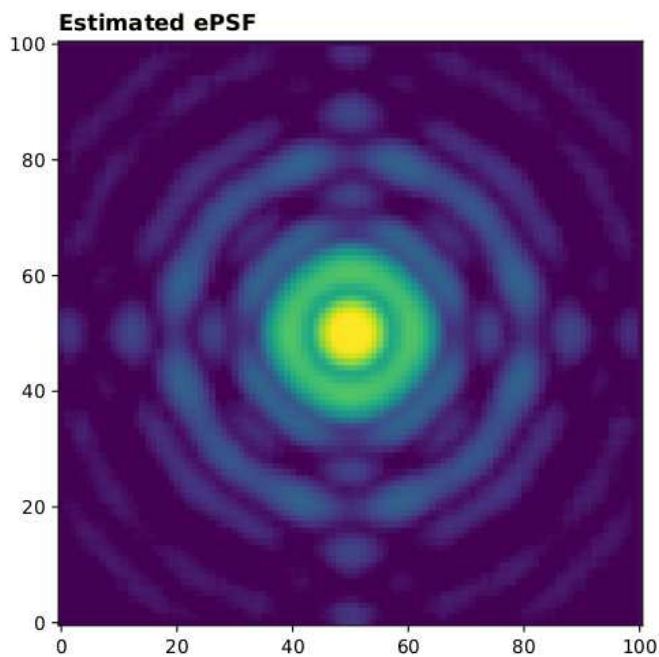


星像からの ePSF 推定

photutils の EPSFBuilder を用いて ePSF を推定した

計算設定は右表の通り

original ePSF をよく再現しているがコントラストが僅かに違う



ePSF 推定パラメタ

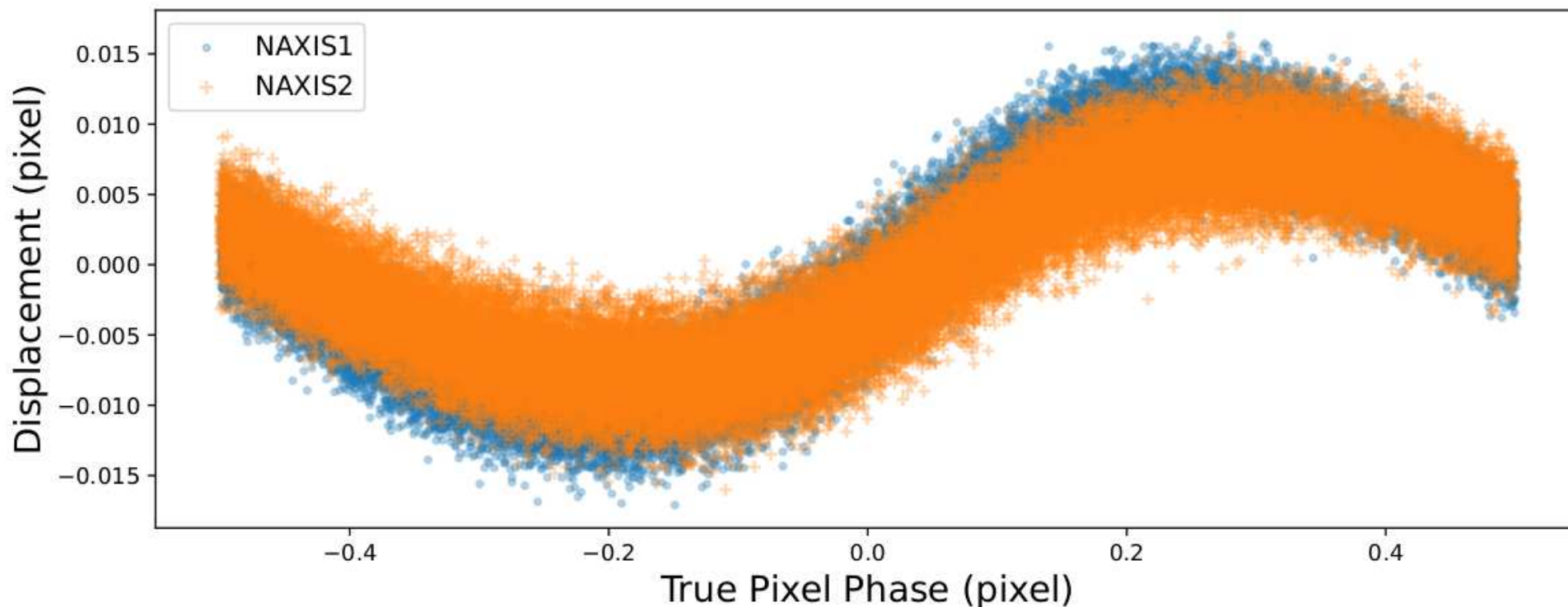
天体数	40000
星像サイズ	25×25
オーバサンプリング	4×4
平滑化カーネル	quartic
イテレーション数	16
中心推定ボックス	5×5
規格化半径	5.5
目標精度	0.0001

Pixel-Phase Errors

真の位置からの残差と pixel phase の関係

Pixel-Phase Error がはっきりと見えている

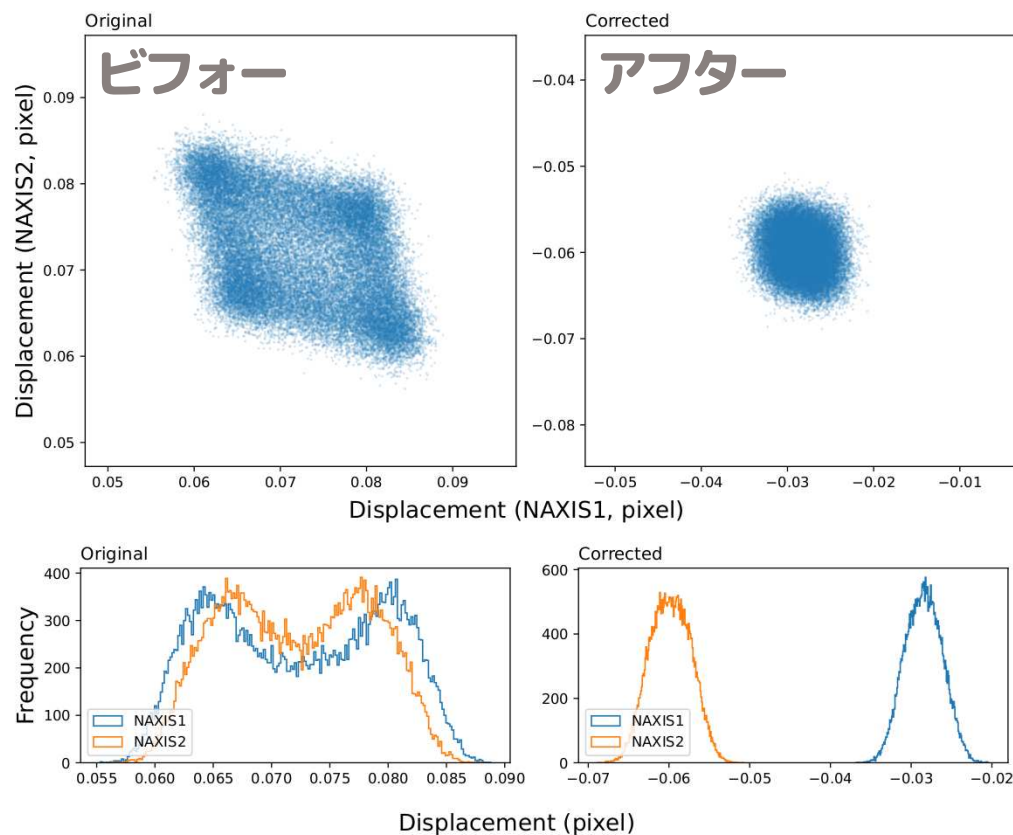
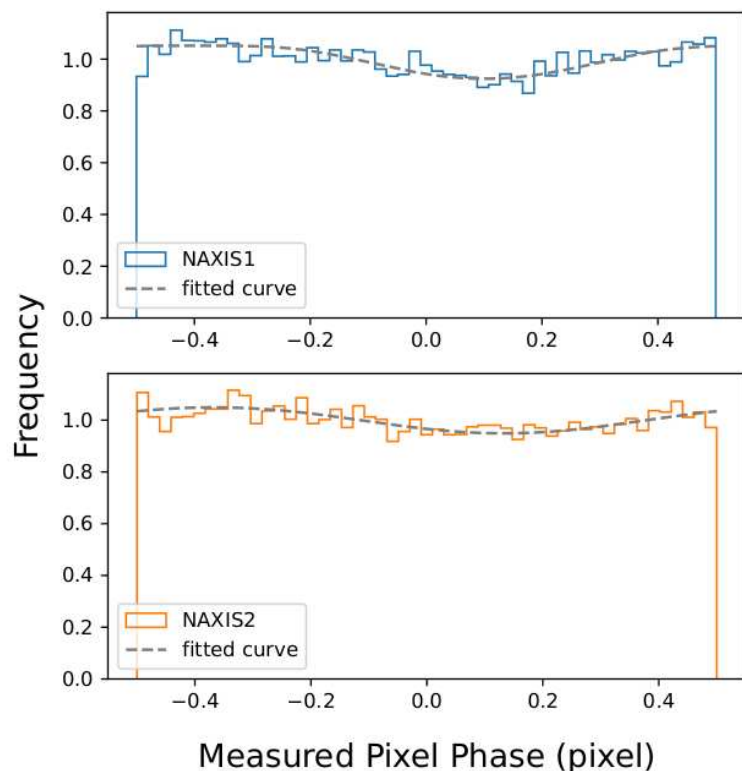
振幅は ± 10 mpix 程度 (> 8000 天体あれば十分補正できる)



Pixel-Phase Error 補正結果

NAXIS1, NAXIS2 とともに Pixel-Phase Errors の推定に成功

残差の標準偏差が **7.44**→**2.31** mpix (NAXIS1), **6.26**→**2.53** mpix (NAXIS2) に改善
二次元画像を用いて ePSF 推定から PPE 補正までの流れを実証した



1. Pixel-Phase Errors とは何か

2. 本研究のアプローチ

3. 一次元でのコンセプト実証

4. 二次元試験画像での実証

5. まとめ & 議論

まとめ & 議論

Dithering 観測せずに PPE を post process で補正する方法を提案

PPE の振幅 Δ に対して必要な天体数は $2000 \times (20 \text{ mpix} / \Delta)^2$ 程度

試験画像を用いた検証で残差の標準偏差が有意に減少したことを確認

7.44 mpix \Rightarrow 2.31 mpix に減少 (optimal model は 1.65 mpix)

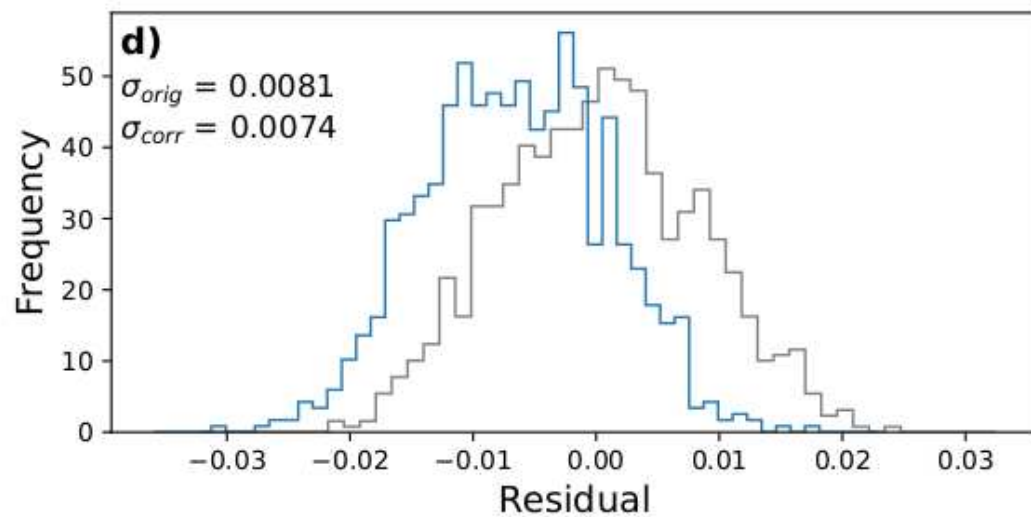
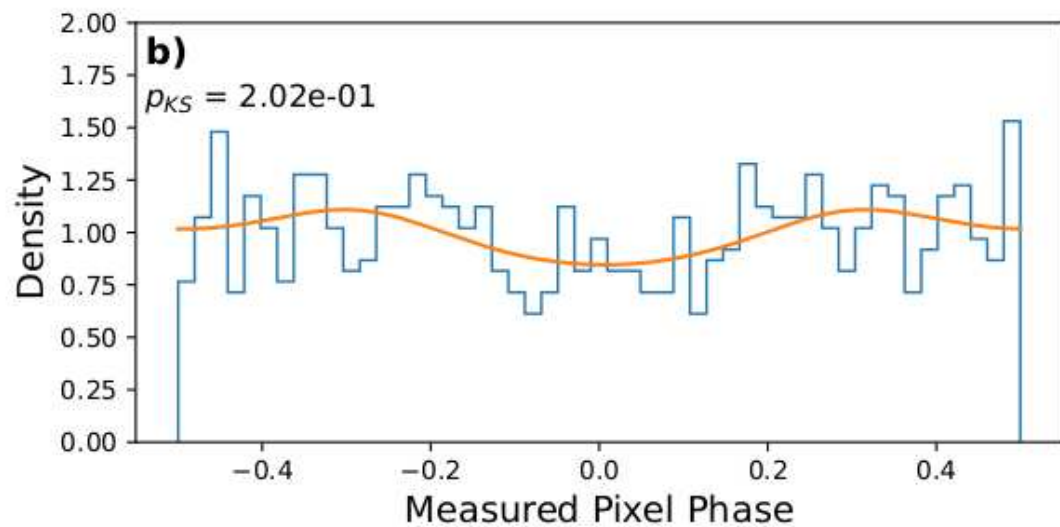
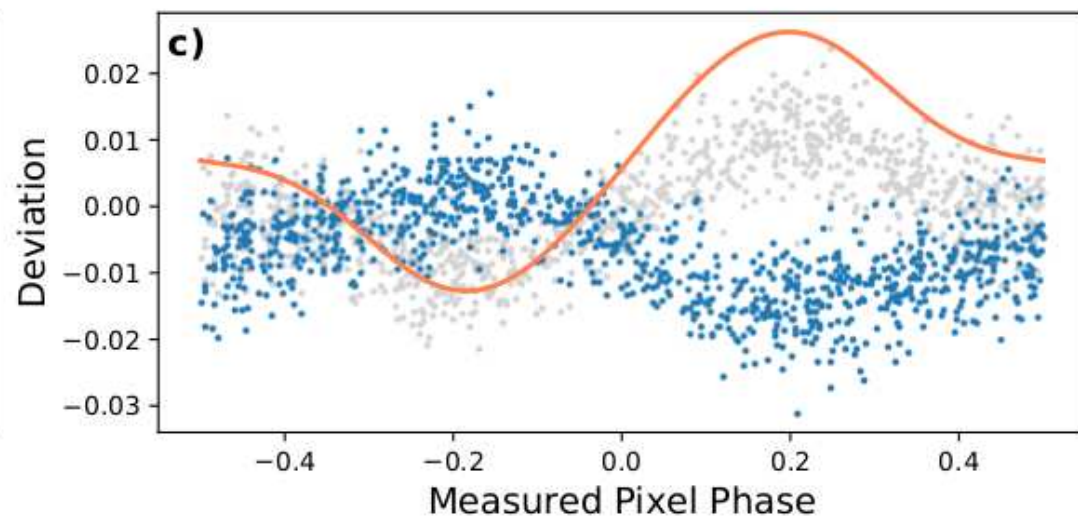
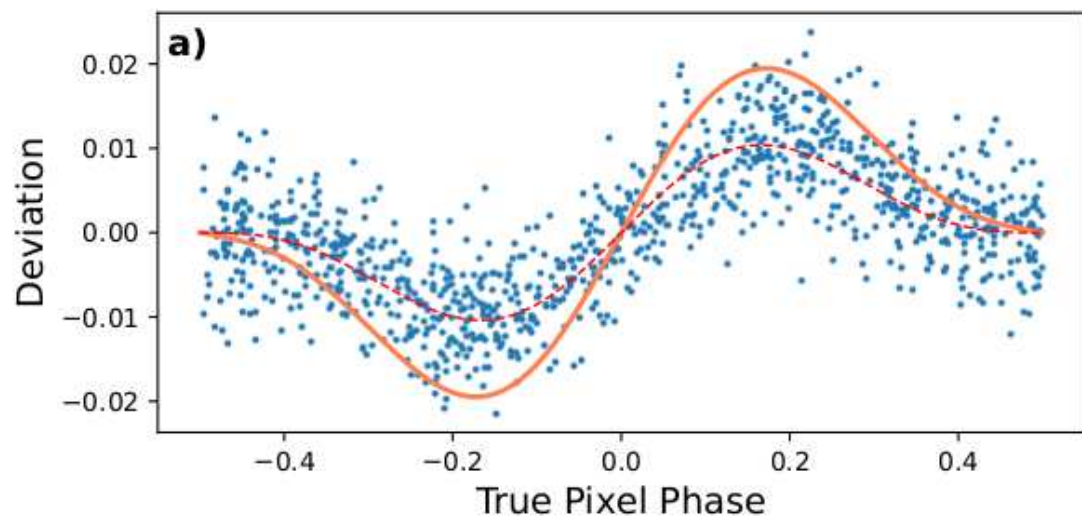
今後の課題

post process ではなく ePSF 推定のループに組み込む

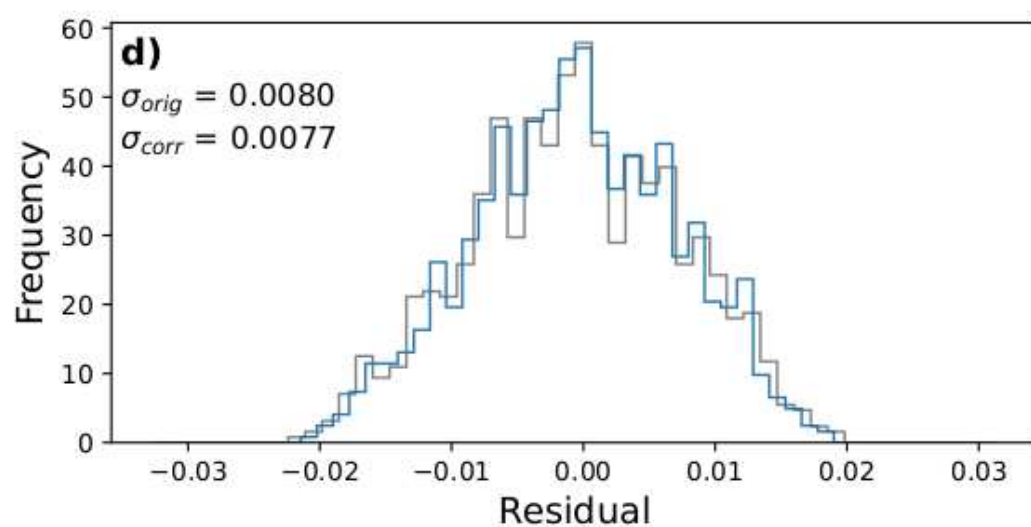
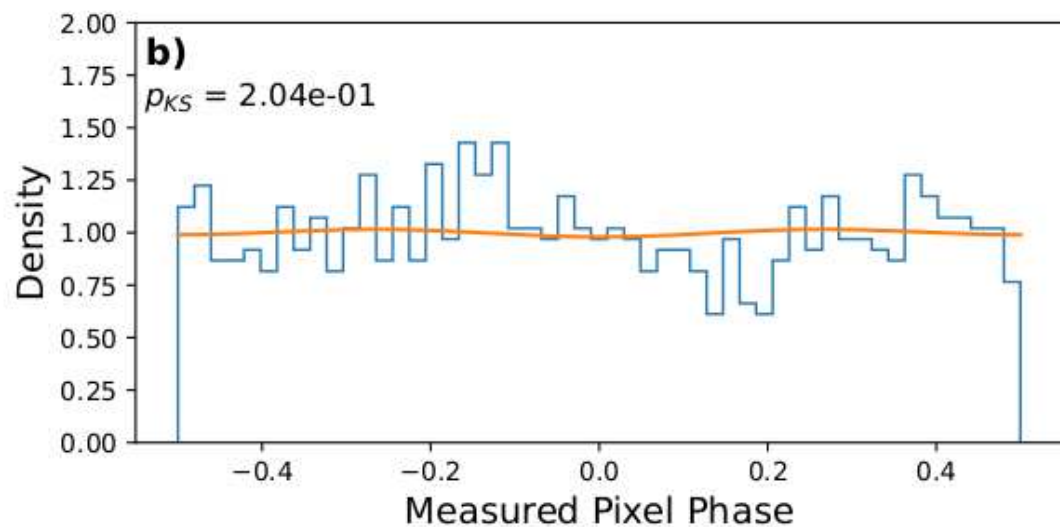
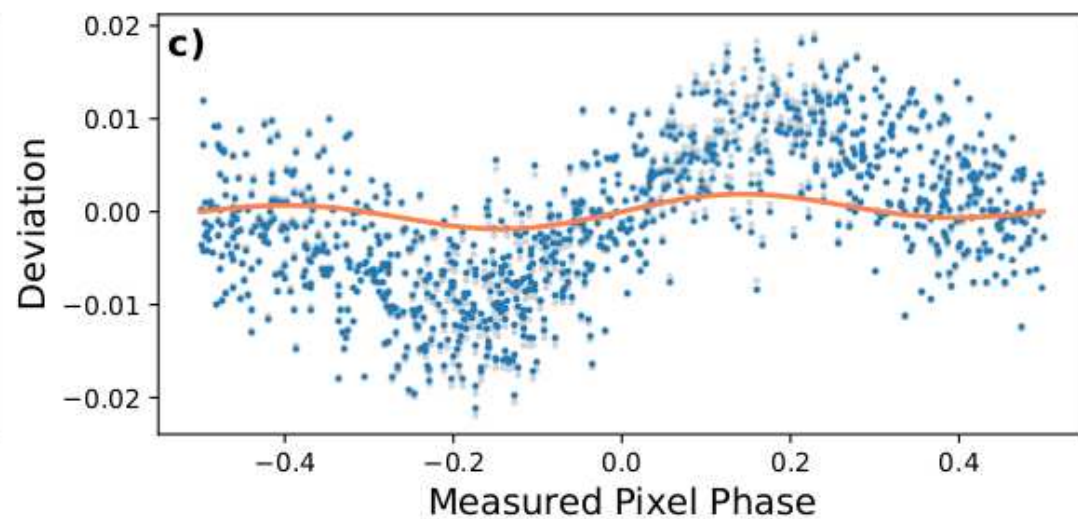
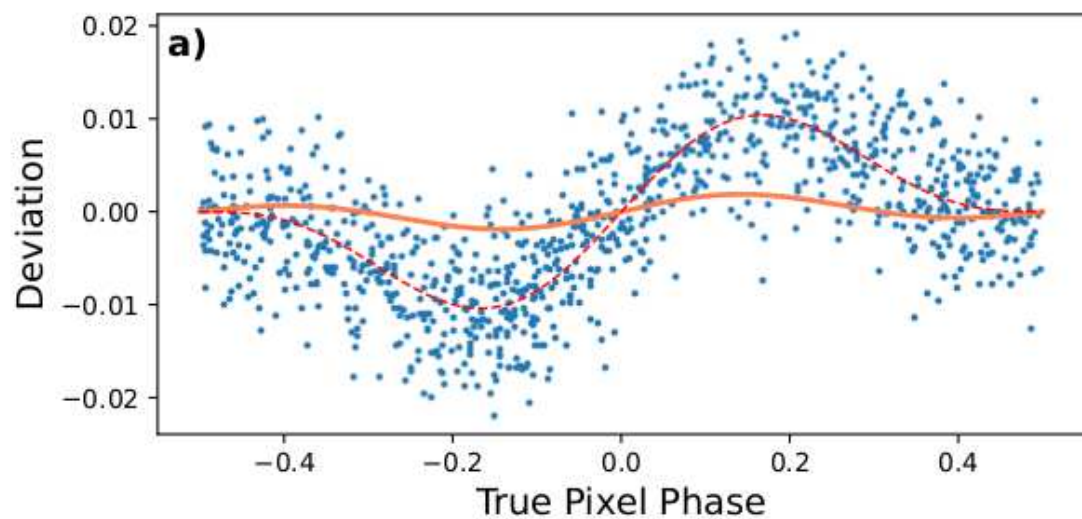
より悪い条件 (≡ 実際の観測画像) で機能するか検証する

現状で適用できそうな観測システムはない \Rightarrow 将来の広視野観測装置に期待

(うまくいかなかった)結果の一例



(うまくいかなかった)結果の一例



(うまくいかなかった)結果の一例

