

Maupertuisの報告書

千葉商科大学商経学部 渡辺憲昭

272-8512 千葉県市川市国府台 1-3-1

1. はじめに

1687年, ニュートン(Newton)は "Principia" において地球は赤道部分が膨らんでおり, 扁平率は1/230であることを主張した. 1693年にはホイヘンス(Huygens)は遠心力のため地球は赤道部分が膨らんでおり, 扁平率は1/578であることを主張した.

1700 - 18, カッシーニ 1 世, 2 世(Cassini I, II), Maraldi, La Hire 等はパリ-コリウールParis-Collioure間(パリの南)およびパリ-ダンケルクParis-Dunkerque間(パリの北)の測量から,

Paris-Collioure 間の子午線1°の長さ = 57097 toises

Paris-Dunkerque 間の子午線1°の長さ = 56960 toises

を得た.

子午線1°の長さが北に行くほど長くなれば地球は南北につぶれた形(赤道部分が膨らんだ形)であり, 逆に南へ行くほど長くなれば南北に細長い形である. そのため, 上記測量結果からカッシーニ 2 世は "De la grandeur et la figure de la Terre, 1720" において地球は南北に長いことを主張した.

1673年, フランス科学アカデミーによってカイエンヌ(Cayenne, 4°56' N) へ派遣されたリシェ(Richer)は, 振り子の周期がカイエンヌにおいてはパリにおけるよりも遅くなることを発見した. これは, 遠心力の影響で赤道部分が膨らみ, その結果赤道に近づくほど地球の中心から遠くなるので重力加速度が減少するというホイヘンスの主張を証明するものであると考えられた.

1735年, ルイ15世の命によりフランス科学アカデミーは「地球は南北に細長い」のかそれとも「地球は赤道部分が膨らんでいる」のかを確かめるため北極圏と赤道地帯に観測隊を送ることにした.

1735年, Godin, Bouger, de la Condamine はペルー(今日のエクアドル)へ向かって出発した. この観測結果に関して, ブーゲが報告書を書いている([2]).

1736年, Maupertuis, Clairaut, Camus, le Monnier, l'Abbé Outhier はラップランドへ向かって出発した. 現地においてCelsius が合同した. この観測結果に関して, モーペ

ルチューイが報告書を書いている([1]).

本論文では、モーペルチューイの報告書に基づいて、北極圏での三角測量、緯度差の観測、子午線1°の長さの計算に関して簡単に説明する。さらに、モーペルチューイ等による秒振子の長さの測定に関して、ブーゲによる測定結果、Laland "Astronomie" におけまともも含めて簡単まとめる。

2. 北極圏における三角測量

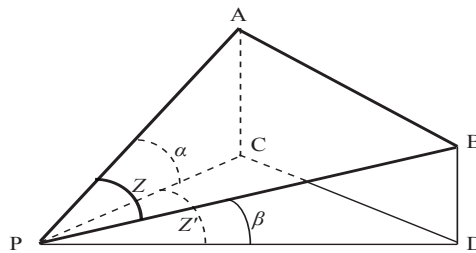
モーペルチューイ一行は夏至の頃にトルニオ(Torneå=Tornio) に到着した。

fig.1 は三角測量網である。三角測量の南端はトルニオの教会の尖塔(fig.1 のT)。一行は1736年7月6日にトルニオを出発し、トルニオ川に沿って北上し、途中三角測量に都合のいい地点を探しそこに標識を建てながら測量をしていった。測量の北端はペロ(Pello)の北4kmにあるキティス(Kittis ; fig.1 のQ)。三角測量は2ヶ月余で終了した。

角度の測定にはマイクロメーターを装備した半径 2 pieds (= 65 cm) の四分儀が用いられた：マイクロメーターによる読みの精度は10分の1秒。

測定した角度 Z は次式によって水辺面に射影した角度 Z' に整約された。測定器具中心が標識の中央と一致しなかった場合は一致した場合の補正がなされた。

$$\cos Z' = \frac{\cos Z - \sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}$$



次表はトルニオの教会の尖塔から測定した角度とその整約例である。四分儀の中心は尖塔の中心から 5 pieds(=162 cm) だけずれていたのので、下記整約値にさらに中心が一致しないことによる補正がなされる(結果はそれぞれ 24° 22' 54."5, 19° 38' 17."8)。

角	観測値	整約値	仰角
CTK	24° 23' 00."2	24° 22' 58."8	C...0' 0"
KTn	19° 38' 20."9	19° 38' 20."1	n...+3' 0"
			K...+8' 40"

基線Bbは冬至頃に、氷結したトルニオ河上で2グループにより別々に測定された；

第1グループの測定：7406 toises 5 pieds 0 pouces

第2グループの測定：7406 toises 5 pieds 4 pouces

従って、基線Bb=7406 toises 5 pieds 2 pouces = 14436.0 m

基線と三角網とを結びつけるため、 $\triangle ABb$ と $\triangle ABC$ の角度が測定された。

$\triangle ABb$							
測定した角度				計算のために調整した角度			
$\angle ABb$	9°	21'	58,"0	9°	22'	0"
$\angle AbB$	77	31	48,1	77	31	50
$\angle BAb$	93	6	7,2	93	6	10
内角の和	179	59	53,3	内角の和	180	0	0

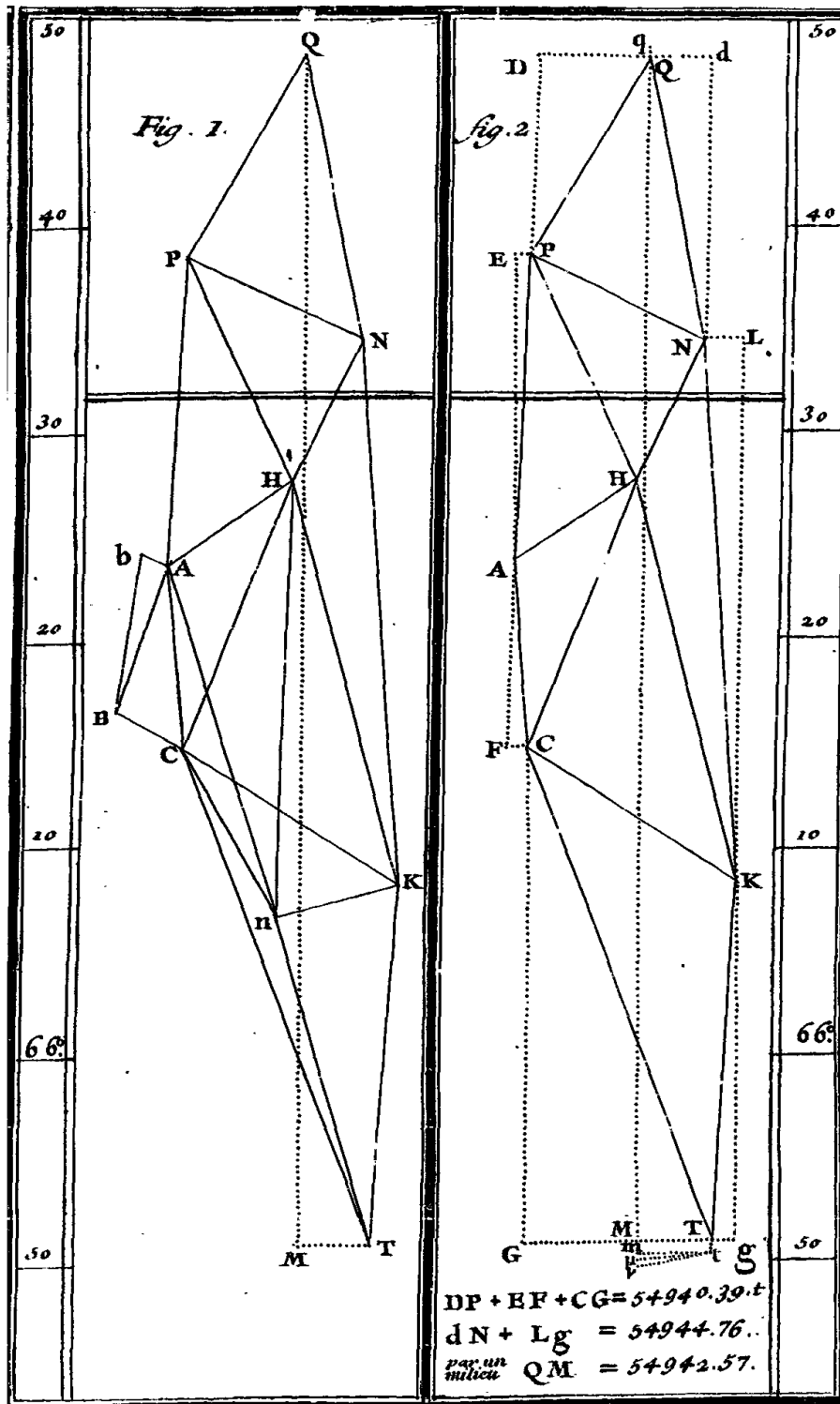
$\triangle ABb$							
測定した角度				計算のために調整した角度			
$\angle ABb$	9°	21'	58,"0	9°	22'	0"
$\angle AbB$	77	31	48,1	77	31	50
$\angle BAb$	93	6	7,2	93	6	10
内角の和	179	59	53,3	内角の和	180	0	0

したがって

$$AB = 7242,76 \text{ toises} = 7242 \text{ toise } 4 \text{ pieds } 6.42 \text{ pouces} \approx 14123,38\text{m}$$

$$AC = 8659,94 \text{ toises} = 8629 \text{ toise } 5 \text{ pieds } 7.68 \text{ pouces} \approx 16886,88\text{m}$$

AC が求めれば、三角網の角度は測定してあるので、すべての辺が計算できる。



三角網。破線QMはQ, Tの緯度差の子午線長。Bb : 基線。

三角測量点 ; T : Torneå(Tornio), C : Cuitaperi, K : Kakama,

n : Niwa, N : Niemi, A : Avasaxa, H : Horrilakero,

P : Pullingi, Q : Kittis.

緯度観測地点 : q, t. (出典[1])

Kittis-Torneå間の子午線長の計算は fig.2 に於いて

辺の長さ	辺が平行圏となす角	子午線へ射影した長さ
QP = 10676.90	$\angle PQD = 61^{\circ}08'08''$	DP = 9350.45
PA = 14277.43	$\angle APE = 84^{\circ}33'54''$	EA = 14213.24
AC = 8659.94	$\angle ACF = 81^{\circ}33'26''$	AF = 8566.09
CT = 24302.64	$\angle CTG = 69^{\circ}49'08''$	FG = 22810.62
Kittis-Torneå 間の子午線長		QM = 54940.40

辺の長さ	辺が平行圏となす角	子午線へ射影した長さ
QN = 13564.64	$\angle NQd = 78^{\circ}37'06''$	Nd = 13297.88
NK = 25053.25	$\angle KNL = 86^{\circ}07'12''$	KL = 24995.83
TK = 16695.84	$\angle KTg = 85^{\circ}48'07''$	Kg = 16651.04
Kittis-Torneå 間の子午線長		QM = 54944.75

この QM = 54944.75 とまへの QM = 54940.40 の平均をとって

$$QM = \mathbf{54942.57} \text{ toises } (\approx 107138 \text{ m})$$

測定した南北両端の緯度差の決定のために天頂儀(Secteur)を用いて星を観測した；この天頂儀の中心に対応する観測地点は、Torneå では T 点(教会の尖塔)よりも南 73 toises 4 pieds 5.5 pouces の地点であった；この距離は河の氷の上で測定された；Kittis では Q 点(標識の中心)よりも北 3 toises 4 pieds 8 pouces の地点であった。

この距離を QM に加えて

$$qm = \mathbf{55020.09} \text{ toises } (\approx 107234 \text{ m})$$

緯度差を観測した点 t を通る平行圏と子午線との交点を μ とすれば $m\mu = 3.38 \text{ toises}$. これを qm に加えれば

$$\text{緯度差の子午線弧の長さ} = q\mu = \mathbf{55023.47} \text{ toises } (\approx 107241 \text{ m})$$

3. Kittis-Torneå間の緯度差の観測

緯度差の観測に用いた天頂儀はグラハム(Graham)製で¹, その望遠鏡は長さ約 9 pieds, 度盛は $5^{\circ} 30''$, 焦点には銅製の糸で十字が入っている. マイクロメーターは, 動かない目盛環に対して取り付けられている. マイクロメータの 1 Révolution = 44 parties. 回転数と角度との関係は $15' = 20 \text{ Révol. } 23.5 \text{ parties}$.

Kittis-Torneå 間の緯度差を求めるため, りゅう座 δ の天頂距離を観測した.

Kittis での観測は 10月4日-10日. 天頂距離は

$$2^{\circ} 37' 39'' - 1 \text{ Révol. } 25.8 \text{ parties}$$

Torneå での観測は 11月1日-5日. 天頂距離は

$$1^{\circ} 37' 39'' + 1 \text{ Révol. } 40.6 \text{ parties}$$

Kittis-Torneå 間の天頂距離の差は

$$1^{\circ} 00' 00'' - 3 \text{ Révol. } 22.4 \text{ parties} = 1^{\circ} 00' 00'' - 2' 33''.8 = 0^{\circ} 57' 26''.2$$

天頂儀の半径が10.627 inchesのとき, 中心角 $5^{\circ}.5$ に対する弦の長さは10.627 inches でなければならないが実際の長さは10.625 inches であったので角度にして $3''.7$ だけ小さい; 従って $57'.5$ では $0''.65$ だけ小さい. 従って δ 星の観測によって得られた

$$\text{Kittis-Torneå 間の天頂距離の差} = 57' 26''.2 - 0''.65 = \mathbf{57' 25''.55}$$

1737年3月17日-19日, Torneåにおいて, りゅう座 δ 星を観測した場所と同じ場所でありゅう座 α 星を観測した.

1737年4月4日-6日, Kittisにおいて, りゅう座 δ 星を観測した場所と同じ場所でありゅう座 α 星を観測した. この結果

$$\alpha \text{ 星の観測から得られた緯度差} = \mathbf{57' 25''.85}$$

δ 星および α 星の観測によって得られた緯度差にたいして, Bradleyが示唆した光行差および歳差による補正値を採用した. それによれば

$$\text{補正を加えた } \delta \text{ 星の緯度差} = 57' 25''.55 + 1'.38 = 57' 26''.93$$

$$\text{補正を加えた } \alpha \text{ 星の緯度差} = 57' 25''.85 + 4'.57 = 57' 30''.42$$

1. 図は[3]を参照. この天頂儀はブラッドリー(Bradley)が光行差を発見したのに用いたものと同型である(らしい). なお, pied(32.5cm) は単に foot(30.5cm) の訳かもしれない.

δ 星も α 星も天頂距離が小さいので大気差の補正はしない。上記値の平均をとって

$$\text{Kittis-Torneå 間の緯度差} = 57' 28''.67$$

緯度差の子午線弧の長さ = $q\mu = 55023.47$ toises を上記緯度差で割って

$$\text{北極圏における } 1^\circ \text{ の子午線弧の長さ} = 57437.9 \text{ toises} (= 111946.5\text{m})$$

ここで得られた子午線 1° の長さは、一般にフランスにおける 1° の平均の長さとしてされている ピカル(Picard)が測定して得た 57060 toises よりも 377.9 toises だけ長い([4])。

Picardはカシオペア座 δ 星によって緯度差を決定した；観測日の中央値として9月15日および10月15日として、 δ 星の光行差として必要な補正をおこなえば、Malvoisine-Amiens 間の緯度差に $8''.5$ を加えなければならない；さらに、Picardが補正しなかった歳差として $1''.5$ 、大気差として $1''.5$ を加えれば、

$$\text{Malvoisine-Amiens 間の緯度差} \dots\dots 1^\circ 23' 06.5''$$

となる；これを

$$\text{Malvoisine-Amiens 間の弧長} \dots\dots\dots 78850 \text{ toises}$$

と比較すれば

$$\text{Paris 近郊における子午線 } 1^\circ \text{ の長さ} = 56925.7 \text{ toises}$$

となり、Kittis-Torneå 間における値よりも 512.2 toises(=998m) 短い。

結局、極圏をまたぐ子午線 1° の長さはフランスにおける子午線 1° の長さよりも長いので、地球は極がつぶれた回転楕円体であると結論された。

3. 秒振子の長さ

3.1 北極圏における秒振子の長さ

モーペルチューイはペロ(Pello, $66^\circ 47' N$)およびパリに於いて振子時計の進みを測定し、両地点での進みの差を調べた。

モーペルチューイが用いた振子時計はグラハムが作製したもので、振子は銅製の平らな棒と錘とからなる。錘の直径は 6 pouces 10.75 lignes(=18.667cm)、中心部の厚さは 2 pouces 2.75 lignes(=6.034cm) である。また、時計を動かすための錘は 11 livres 14.5 onces(=5.83kg) である。時計を置いた部屋の温度は昼夜一定に保たれた。

次の2表はペロとパリでの観測結果である。

ペロにおける振子時計の進みの観測	
1737年4月	望遠鏡の十字線をレグルスが通過した時刻
6日	8時 38' 01"
7日	38' 54".25
8日	39' 48".5
9日	40' 42"
10日	41' 35"

これより、ペロでの1日当たりの振子時計の進みは **53".5**.

パリにおける振子時計の進みの観測	
1738年	望遠鏡の十字線をシリウスが通過した時刻
2月28日	8時 45' 40"
3月03日	45' 24"
04日	45' 19"
09日	44' 49"
10日	44' 43"
11日	44' 38"
12日	44' 32".5
13日	44' 27".5

これより、パリでの1日当たりの振子時計の進みは **-5".6**.

従って、Paris-Pello間での1恒星日当たりの振子時計の進みは

$$53".5 - (-5".6) = 59".1$$

パリでの振動数を $24 \times 60 \times 60 = 86400$ とすれば、ペロでの振動数は

$$86400 + 59.1 = 86459.1$$

従って、

$$\begin{aligned}
 \text{パリとペロでの重力加速度の比} &= \text{パリとペロでの振動数の2乗の比} \\
 &= (86459.1/86400)^2 \\
 &= 1.0013
 \end{aligned}$$

ドゥ・メラン(de Mairan)によれば、パリでの秒振子の長さは **440.57** lignes(=993.9 mm) であるので、ペロでの秒振子の長さは

$$440.57 \times 1.00137 = \mathbf{441.17} \text{ lignes}(=995.2 \text{ mm})$$

となる。

3.2 赤道における秒振子の長さ

ブーゲは竜舌蘭の茎から採った繊維を振子に用いた。振子は実験の間常に同じ長さになるように保持され、振り子の振動は恒星の動きによって毎日大時計と比較された。振子の長さは 36 pouce 7.019 lignes (=990.352 mm), 錘の重さは 1 once 5 gros 2 grains (=49.82 g), 糸の重さは10 toises (約 20m)当たり 4 grains (=0.2 g)。

次表はブーゲによる秒振子の長さの実測値である。

実測地点		秒振子の長さ
赤道	海拔 2434 toises (4744 m)	36 pou. 6.70 lig. (989.632 mm)
	海拔 1466 toises (2587 m)	36 pou. 6.83 lig. (989.925 mm)
	海拔 0 m	36 pou. 7.07 lig. (990.467 mm)
Portobello (9°34' N)		36 pou. 7.16 lig. (990.670 mm)
Petit-Goave (18°27' N)		36 pou. 7.33 lig. (991.053 mm)
Paris (48°27' N)		36 pou. 8.58 lig. (993.873 mm)

(パリの数値の出所は不明。ブーゲ自身による?)

海拔が高くなるほど、また緯度が低くなる(=地球の中心からの距離が遠くなる)ほど秒振子の長さが短くなる(=重力加速度が小さくなる)ことが見られる。

3.2 Laland "Astronomie", Strabbe "Astronomia of Sterrekunde" における秒振子のまとめ

Lalandeの*Astronomie* およびそれをStrabbeが蘭訳した*Astronomia of Sterrekunde*には18世紀半ば頃までの秒振子の長さの測定結果がまとめてある：次の2表はLalande([5], Vol.3, p.127)およびStrabbe ([6], Vol.3, p.394)の本に掲げられてある表である。

Sous l'équateur à 2434 toif. de haut. (M. Boug. Fig. de la T. p. 342).	36 ^p 6170
Sous l'équateur à 1466 toifes, par le même.	36 6,83
Sous l'équateur au niveau de la mer, par le même.	36 7,07
A Portobelo, latit. 9° 34', par le même.	36 7,16
Au petit Goave, dans l'Isle St. Domingue, 18° 27', par le même.	36 7,33
Au Cap de Bonne-Espérance 33° 55' (Mém. acad. 1751, p. 438).	36 8 07
A Genève 46° 12', par M. Mallet, avec le pendule invariable.	36 8,17
A Paris 48° 50' (Mém. ac. 1735), par M. de Mairan. V. art. 2638.	36 8,52
Par M. Bouguer, après les réductions faites.	36 8,67
A Leyde 52° 9', par M. Lulofs.	36 8,71
A Pétersbourg 59° 56', par M. Mallet.	36 8,97
A Pello 66° 48' (M. de Maupertuis, Fig. de la Terre, pag. 180).	36 9,17
A Ponoï, en Laponie 67° 4'; par M. Mallet.	36 9,17

Onder den Equator op 2434 toifes hoogte (de Hr. Bouguer, Fig. de la T. pag. 342)	36 ^d 61 70
Onder den Equator op 1466 toifes, door den zelfden	36 6, 83
Onder den Equator ter hoogte van de Zee, door den zelfden	36 7, 07
Te Portobelo, Breedte 9° 34', door den zelfden	36 7, 16
In de kleine Goave, op het Eiland St. Domingo, 18° 27', door den zelfden	36 7, 33
Aan de Kaap van goede hoop 33° 55' (Mém. Acad. 1751, pag. 438)	36 8, 07
Te Geneve 46° 12', door den Hr. Mallet, met den onveranderl. slinger	36 8, 17
Te Parys 48° 50' (Mém. Ac. 1735), door den Hr. de Mairan. Zie §. 2638	36 8, 52
Door den Hr. Bouguer, na de gedaane reductien	36 8, 67
Te Leiden 52° 9', door den Hr. Lulofs	36 8, 71
Te Petersburg 59° 56', door den Hr. Mallet	36 8, 97
Te Pello 66° 48' (de Hr. de Maupertuis, Fig. de la Terre, pag. 180)	36 9, 17
Te Ponoï in Lapland 67° 4', door den Heer Mallet	36 9, 17
Op l'Isle de France 20° 10' zuidel. (Mém. Ac. 1754 pag. 56)	36 7, 66
Te Kola 68° 52' (Mém. de Petersb. 1771 p. 575)	36 9, 31
Te Archangel 64° 33' (lb. pag. 585)	36 9, 10

Lalandeの表には13の測定結果が掲載されているのに対して、Lalandeを翻訳したStrabbeの表には16の測定結果が掲載されている：比較すれば下の3つの結果はStrabbeが補ったものであることがわかる。

秒振子の項の最後には次のような文章がある。

On voit par la comparaison des 3 premières observations, que la pesanteur diminue quand on s'élève sur les montagnes du Chili ; on a prétendu que le contraire avoit été observé dans les Alpes en 1768 ; mais M. Bouguer avoit déjà montré que cela même pouvoit avoir lieu, si les montagnes avoient une densité beaucoup plus considérable que le total du globe. *Ibid. pag. 362.* On trouvera des applications de ces expériences du pendule, art. 3372, 3373 & 3421.

[5], vol.3, p.128

Door de vergelyking der drie eerste waarneemingen ziet men, dat de zwaarte vermindert, wanneer men zich op de bergen van *Chili* verheft; men heeft voorgegeeven, dat het tegendeel in 't Jaar 1768 op het *Alpische* gebergte was waargenomen; maar de Heer *Bouguer* had reeds getoond, dat zulks plaats kon hebben, indien de bergen eene veel grooter digtheid dan de geheele klood hadden. *Ibid. pag. 362.* Men zal hier na (§. 3372, 3373 en 3421) de toepassingen van die proeven des slingers vinden. Men heeft in laater tyd ontdekt, dat die waarneemingen van het *Alpische* gebergte valschelyk waaren voorgewend, en dat dezelve niet gedaan zyn. Zie *le Journal de Physique de M. l'abbé Bozier Mai 1773.*

[6], Vol.3, p.395

フランス語の意味は：「最初の3つの測定値の比較から、山を高く登れば重力加速度が減少することがわかる；ところが1768年にアルプスで逆の現象が観測された；しかしブーゲ氏は山の密度が地球全体の密度よりもはるかに大きいならばそういうこともありうることをすでに証明している。 *Ibid. pag. 362.* 振子のこれらの実験に関する説明は art. 3372, 3373, 3421 においてみられる」

Strabbe の下の4行は Lalande にはない文章である。意味は：「後に、アルプスでの観測は偽って(又は、誤って)主張されたもので、観測はなされなかったことがわかった。 *Journal …* を見よ」

文献

- [1] Maupertuis, Pierre Moreau de : *La Figure de la Terre*, Paris, 1738 ; https://books.google.co.jp/books?id=RmUSAAAAIAAJ&redir_esc=y
- [2] Bouguer, Pierre : *La Figure de la Terre*, Paris, 1749 ; https://books.google.co.jp/books?id=kAxcLAFNIn4C&printsec=frontcover&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false
- [3] [https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9ridienne_\(g%C3%A9od%C3%A9sie\)#Triangulation_3](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9ridienne_(g%C3%A9od%C3%A9sie)#Triangulation_3)
- [4a] *Mesure de la Terre* (1671). In *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences depuis 1666 jusq'à 1699*. 7, Part 1:133-90, Paris, 1729.
ネットでは
- [4b] <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b7300361b>
または
- [4c] http://books.google.fr/books/about/Mesure_de_la_terre.html?id=1COZ-ZexeWYC
- [5] Lalande, Jérôme : *Astronomie* Vol.1 – 3, Paris, 1771
- [6] Strabbe, Arnordus Bastiaan : *Astronomia of Sterrekunde* Vol.1 – 5, Amsterdam, 1773 – 1780