

宣明暦の計算

(二十四気損益・朮朧積の計算の誤り)

Mistakes in the Xuanming Calendar

相馬 充 (国立天文台)

Mitsuru SÔMA

(National Astronomical Observatory of Japan)

1. はじめに

宣明暦は日本では貞観4年(西暦862年)から貞享元年(西暦1684年)まで823年間の長きにわたって使用された暦法である。その計算法を知ることは、当時の日時と同定(朔の日、時刻制度の決定等)に重要である。宣明暦は現在では安藤有益『長慶宣明暦算法』(承應3年、西暦1654年)に述べられている方法に基づいて計算されているが、そこには『新唐書』に載っていない数値や誤りがある。ここでは、二十四気損益と朮朧積の値の誤りについて解説する。

2. 宣明暦における二十四気損益率の導出

暦の計算では二十四気と朔の日時を計算することが必要である。宣明暦の二十四気は平気法によるので、その日時は太陽年の長さ $3068055/8400$ 日(=365.2446...日)を24等分して次々に加えていくことで求められる(これは宣明暦では「常気」というが、ここでは現在一般にいわれている「平気」の語を使う)。宣明暦の朔は定朔法によるので、朔望月の長さ $248057/8400$ 日(=29.53059...日)を加えていった日時(これは宣明暦では「經朔」というが、ここでは現在一般にいわれている「平朔」の語を使う;次節で改めて説明する)に、太陽の動きの不整と月の動きの不整の効果を計算する必要がある。

表1の入気定日加減数は定気法による次の気までの時間を表す数で、1日=8400分、1分=8秒としている。平気と定気の日時は冬至と夏至で一致するが、それ以外の二十四気は一致せず、定気の日時は表1の値から計算される。定気間の日時数の端数の35分5秒が共通しているが、これは定気間の日時数の平均(太陽年の $1/24$)が15日1835分5秒で、実際の定気間の日時数とこれとの差を1800, 3000, 4000, 5000, 6000分という切りのいい数にしたためである。すでに述べたように、宣明暦による暦に載せる二十四気は平気である。表1から求められる定気は朔の日時の計算で太陽の動きの不整の効果を求めるために使うものである。

表2で朮朧数は定気の二十四気に対する朔の日時への補正值(単位は1日=8400分とするときの分)であり、損益率と初日損益とを用いて定気の二十四気から n 日後の補正值は

$$\text{朮朧数} + \text{初日損益} \times n + \text{損益率} \times n(n-1) / 2$$

で求められる。平朔が定気のどの二十四気間にあるかを調べ、たとえば小雪と大雪の間にある場合は小雪の欄の数値を使うのである。 n は整数とし、整数に満たない時間は分を単位として、 n 日後の1日の変化量を(初日損益+損益率 $\times n$)で求めて比例配分で補正する。

なお、表 2 の数値には適宜、符号を付けたが、原表では符号の代わりに、次に述べるように「損」「益」や「朧」「朧」が付いている。初日損益は冬至から驚蟄までと夏至から白露までが「益」、残りは「損」、朧朧数は冬至から芒種までが「朧」、残りが「朧」になっている。損益率の符号を示す文字は与えられていないが、損益率は、初日損益が益の場合は 1 日当たりの損益の減少数、損の場合は 1 日当たりの損益の増加数になっている。ここでいう損益は符号を付けない値である。

表 1. 入気定日加減数

	日	分	秒		日	分	秒
冬至	14	4235	5	夏至	15	7835	5
小寒	14	5235	5	小暑	15	6835	5
大寒	14	6235	5	大暑	15	5835	5
立春	14	7235	5	立秋	15	4835	5
雨水	15	35	5	處暑	15	3635	5
驚蟄	15	1235	5	白露	15	2435	5
春分	15	2435	5	秋分	15	1235	5
清明	15	3635	5	寒露	15	35	5
穀雨	15	4835	5	霜降	14	7235	5
立夏	15	5835	5	立冬	14	6235	5
小満	15	6835	5	小雪	14	5235	5
芒種	15	7835	5	大雪	14	4235	5

表 2. 二十四気の損益率と初日損益

	損益率	初日損益	朧朧数		損益率	初日損益	朧朧数
冬至	-0.3695	+33.4511	0	夏至	+0.2854	-30.3119	0
小寒	-0.3606	+28.0389	+449	小暑	+0.2919	-25.8126	-449
大寒	-0.3519	+22.6998	+823	大暑	+0.2987	-21.2454	-823
立春	-0.4068	+17.8923	+1122	立秋	+0.3634	-17.0296	-1122
雨水	-0.3998	+11.7966	+1346	處暑	+0.3779	-11.4744	-1346
驚蟄	-0.3998	+5.7986	+1481	白露	+0.3779	-5.6429	-1481
春分	-0.3779	-0.2433	+1526	秋分	+0.3998	+0.1432	-1526
清明	-0.3634	-6.1254	+1481	寒露	+0.4068	+6.1488	-1481
穀雨	-0.2987	-12.2048	+1346	霜降	+0.3519	+12.6336	-1346
立夏	-0.2919	-16.9060	+1122	立冬	+0.3606	+17.8043	-1122
小満	-0.2854	-21.5362	+823	小雪	+0.3695	+23.0590	-823
芒種	-0.2854	-26.0498	+449	大雪	+0.3695	+28.4618	-449

表 1 と表 2 の数値は『宣明暦』（全 7 巻，寛永 21 年，西暦 1644 年，著者名は書かれていないが、国立天文台図書室のウェブには「本の形容から作者は「塵劫記」の著者として知られる吉田光由であろうとされる」とある）と『長慶宣明暦算法』（全 7 巻，安藤有益，承應 3 年，西暦 1654 年）に載っている数値だが、宣明暦の基本定数を与えている『新唐書』（唐書卷三十上 志第二十上 曆六上）には、朧朧数を除いて、これらの数値が与えられていない。二十四気間の長さや朧朧数は冬至と夏至，あるいは春分と秋分に関して対称性を持っているのに、損益率では、その対称性が崩れている（たとえば、損益率を絶対値で見ると、雨水・驚蟄・春分では 0.3998 が 2 つで 0.3779 が 1 つになっているが、處暑・白露・秋分では個数が反転している）ことも一見して不思議に思える。ここでは、これらの損益率と初日損益の値が朧朧数からどのようにして求められるかを明らかにする。

朔の日時の補正值は n の 2 次式になっていることから、これは二十四気に対して与えられている朧胸数から 2 次補間を行っていると考えられる。2 次補間の係数は 3 個の値が与えられると決まる。表 3 に、どの朧胸数を使って求めたかの数値と、それらを用いたときの損益率と初日損益の値を示した。

表 3 において四角で囲った小寒の初日損益の数値のみが表 2 の数値と合っておらず (表 2 の他の数値は表 3 の数値を四捨五入した値に正確に一致する)、宣明暦の解説書を作成する際に計算間違いを犯したか書き写す際に間違えたかのいずれかであろう。使用した数値の欄に示した数値から分かるように、損益率と初日損益は、原則として、その気から始まる 3 つの気における朧胸数を使って時間の 2 次式を当てはめて求めたものと一致する。ただし、*印を付けた 4 カ所のみ (使用した数値には下線を付けた)、その気を中心とする 3 つの気の朧胸数を使っている。これは、1 年を冬至・春分・夏至・秋分で 4 つの時期に分け、それぞれの時期の中で式を当てはめようとしたためであると推測できる。

表 3. 損益率と初日損益の計算値とそれを求めるのに使用した朧胸数

	損益率	初日損益	朧胸数	使用した数値
冬至	-0.369466	+33.451144	0	0, +449, +823
小寒	-0.360552	<u>+28.031595</u>	+449	+449, +823, +1122
大寒	-0.351922	+22.699841	+823	+823, +1122, +1346
立春	-0.406833	+17.892256	+1122	+1122, +1346, +1481
雨水	-0.399756	+11.796596	+1346	+1346, +1481, +1526
驚蟄*	-0.399756	+5.798560	+1481	<u>+1346, +1481, +1526</u>
春分	-0.377862	-0.243291	+1526	+1526, +1481, +1346
清明	-0.363372	-6.125355	+1481	+1481, +1346, +1122
穀雨	-0.298659	-12.204826	+1346	+1346, +1122, +823
立夏	-0.291940	-16.906012	+1122	+1122, +823, +449
小満	-0.285420	-21.536209	+823	+823, +449, 0
芒種*	-0.285420	-26.049775	+449	<u>+823, +449, 0</u>
夏至	+0.285420	-30.311900	0	0, -449, -823
小暑	+0.291940	-25.812644	-449	-449, -823, -1122
大暑	+0.298659	-21.245351	-823	-823, -1122, -1346
立秋	+0.363372	-17.029600	-1122	-1122, -1346, -1481
處暑	+0.377862	-11.474403	-1346	-1346, -1481, -1526
白露*	+0.377862	-5.642926	-1481	<u>-1346, -1481, -1526</u>
秋分	+0.399756	+0.143172	-1526	-1526, -1481, -1346
寒露	+0.406833	+6.148761	-1481	-1481, -1346, -1122
霜降	+0.351922	+12.633556	-1346	-1346, -1122, -823
立冬	+0.360552	+17.804311	-1122	-1122, -823, -449
小雪	+0.369466	+23.058969	-823	-823, -449, 0
大雪*	+0.369466	+28.461782	-449	<u>-823, -449, 0</u>

*印を付けた部分を、他と同様にその気から始まる 3 つの値から求めると、次のようになる：

驚蟄	-0.388604	+5.719673	+1481	+1481, +1526, +1481
芒種	0.000000	-28.180838	+449	+449, 0, -449
白露	+0.388604	-5.719673	-1481	-1481, -1526, -1481
大雪	0.000000	+30.956463	-449	-449, 0, +449

3. 宣明曆における月の動きの不整の計算

宣明曆の定朔の計算では二十四気に対する朏朧數*等を与える表と遠地点や近地点通過後の日数に対する朏朧積等を与える表の2種の表が使用される(唐書卷三十上 志第二十上 曆六上, 『新唐書』中華書局版 pp.749-751). 朏朧數は太陽の動きの不整に対する補正值, 朏朧積は月の動きの不整に対する補正值である**. 前者については前節で検討した. ここでは, 後者の「曆日進退損益朏朧積」という表の数値について検討する. この表を下に掲載する(原表は縦書きで数字は漢数字で書かれているが, ここでは横書きで数字は算用数字で示した).

この表は, 上半分が月の遠地点通過後, 下半分が月の近地点通過後に対して用いるもので, 曆日はその通過時を1日と数えた通過後の日数である. 定朔の日時を求めるには平朔***の日時に太陽と月の動きの不整を補正する必要があるが, 太陽の動きの不整は補正した後, 月の動きの不整を補正するための値が朏朧積で, 1日=8400分とした分単位で書かれており, 朏は減じ, 朧は加えることを意味している. 次の日に対する値との差が損益率で, 表値を補間する際に用いる. なお, この表では月の遠地点通過時と近地点通過時を1日と数えているので, この表を引く際には, 月の遠地点および近地点の通過から経過した日数に1日を加えた日数を曆日としなければならないことに注意を要する.

(注*) 「朏朧數」の「數」のように, 宣明曆の用語で旧字が使われている場合はここでもできるだけ旧字を用いた.

(注**) 「朏朧數」と「朏朧積」の術語は定まっていない. 新唐書の大衍曆の解説の表においてはいずれも「朏朧積」とあり, その解説ではそれぞれ「入気朏朧定數」「入轉朏朧定數」と言っている. 宣明曆の解説においては前者を「入定気朏朧」や「入気朏朧定數」, 後者を「進退日朏朧」や「入曆之朏朧之數」や「入曆新作朏朧數」などと言っている. なお, 朏は「ちょう」, 朧は「じく」と読む. 辞典を引くと, 朏は「晦(みそか)に西方に見える月, 進みがはやい」, 朧は「陰曆1日に東に出る月, 足りない」という意味が載っているが, ここでは, 朏は減じるべきこと, 朧は加えるべきことを意味する.

(注***) 太陽と月が平均の速さで動いているとしたときの黄経が一致する時を平朔, 太陽と月の動きの不整を考慮して求めた黄経が一致する時を定朔という. 前節で述べたように, 宣明曆では「平朔」の代わりに「經朔」という語が使われているが, ここでは現在一般に使われている「平朔」の語を用いる.

表にある曆分と積度は朏朧積や損益率を求める際の元になった数値で, 次にその意味を考える. まず, 一周(今の 360°)は何度としているかを調べる. 唐書に次の数値が与えられている:

象數 920446199,

歲差 29699.

これらは「秒母 300」と書かれたところにある数値で(「秒母」や「秒法」という語は唐書のところどころに現れており, 同じ「秒母」や「秒法」でも100や300など場所によって数値が異なる), 太陽年(太陽が春分点に対して一周する周期)である章歲 3068055 (1日=8400分としたときの分単位で表したもので, 太陽年の日数は $3068055/8400=365.244642\dots$ となる. 8400は統法として与えられている数値である)とは次の関係がある:

(象數 920446199-歲差 29699)/秒母 300=章歲 3068055.

象數は恒星年(太陽が恒星に対して一周する周期)に当たり, この式は太陽年と恒星年の差が, 春分点が黄道を歲差によって移動するために生じることを表している. 恒星年の日数はこの象數から $920446199/300/8400=365.256428\dots$ と求められる. 一方, 唐書には次の値も載っている:

上弦: 91度, 餘 2638, 秒 149 太.

この値は, 1度=餘 8400, 餘=秒 300, 太=0.75 として度単位にし, 4倍すると上記の恒星年の日数に完全に一致することが確認できる ($[(91 \times 8400 + 2638) \times 300 + 149.75] \times 4 = 920446199$ となっている). このことから, 一周は $(920446199/300/8400)$ 度=

365.25642817...度, したがって, 1 度は太陽が恒星に対して 1 日に動く平均の移動量であることが分かる.

表 4. 曆日進退損益朧積

曆日	曆分 進退衰	積度	損益率	朧積
1 日	1012 進 14	初度	益 830	朧 初
2 日	1026 進 16	12 度 4 分	益 726	朧 830
3 日	1042 進 18	24 度 22 分	益 606	朧 1556
4 日	1060 進 18	36 度 56 分	益 471	朧 2162
5 日	1078 進 18	49 度 24 分	益 337	朧 2633
6 日	1096 進 19	62 度 10 分	益 202	朧 2970
7 日	1115 進 19	75 度 14 分	初益 53 末損 7	朧 3172
8 日	1134 進 19	88 度 37 分	損 82	朧 3218
9 日	1153 進 19	101 度 79 分	損 224	朧 3136
10 日	1172 進 19	115 度 56 分	損 366	朧 2912
11 日	1191 進 18	129 度 52 分	損 509	朧 2546
12 日	1209 進 14	143 度 67 分	損 643	朧 2037
13 日	1223 進 11	158 度 16 分	損 748	朧 1394
14 日	1234 進退空	172 度 63 分	初損 646	朧 646
1 日	1234 退 14	187 度 37 分	益 830	朧 初
2 日	1220 退 17	202 度 11 分	益 726	朧 830
3 日	1203 退 18	216 度 55 分	益 598	朧 1556
4 日	1185 退 18	230 度 82 分	益 464	朧 2154
5 日	1167 退 18	245 度 7 分 (*)	益 329	朧 2618
6 日	1149 退 18	258 度 82 分	益 195	朧 2947
7 日	1131 退 19	272 度 55 分	初益 53 末損 7	朧 3142
8 日	1112 退 19	286 度 10 分	損 82	朧 3188
9 日	1093 退 19	299 度 30 分	損 225	朧 3106
10 日	1074 退 18	312 度 31 分	損 366	朧 2881
11 日	1056 退 17	325 度 13 分	損 501	朧 2515
12 日	1039 退 15	337 度 61 分	損 628	朧 2014
13 日	1024 退 12	350 度 8 分	損 740	朧 1386
14 日	1012 進退空	362 度 24 分	初損 646	朧 646

(*) 下半分の表の曆日 5 日の積度は, 前節で紹介した『長慶宣明曆算法』(全 7 卷, 安藤有益著, 承應 3 年) や『宣明曆』(全 7 卷, 寛永 21 年) 等に「245 度 10 分」とある (原文の数字は漢数字で書かれている) が, 正しくは『唐書』にあるとおり「245 度 7 分」である. 漢数字の「七」を「十」と読み誤ったものか.

なお, 唐書には上記の上弦の次に
 望: 182 度, 餘 5276, 秒 299 半,
 下弦: 273 度, 餘 7915, 秒 149 半
 という値も載っている. このうち, 望の値は上記の上弦の値のちょうど 2 倍になっている (半 = 0.5 とする) が, 下弦の値は, そこにある半を 0.25 と解釈しないと上弦のちょうど 3 倍にはならない. この「半」は 0.25 を意味する「少」を書き違えたものであろうか.

表の「曆分」と「積度」の数値を比較すると, 曆分は積度の次の日の値との差で, 1 度 = 84 分としたときの分単位で示したものであることが分かる. 例えば, 上半分の表中の曆日

1日の暦分は1012分とあるが、「1度=84分」で換算するとこれは12度4分となり、暦日1日の積度の初度(=0度)に加えて暦日2日の積度12度4分が得られる。同様に暦日2日の暦分1026分は12度18分に等しく、暦日2日の積度12度4分に加えて暦日3日の積度24度22分が得られるという具合である。これらのことから、暦分は月の遠地点または近地点通過後の各日の1日間に月が動く角度(分単位)、積度はそれを足し合わせたものであることが分かる(ここで月の動きの基準が恒星に対してであることは、この後に明らかになる)。なお、暦分の値の横に小文字で書かれている進退衰は暦分の次の日の値との差(進はプラス、退はマイナス、進退空は±0の意味)である。

表にある下半分の暦日1日の積度187度37分は上半分の最後(暦日14日)の積度172度63分にその日の暦分1234分を加えて得られたものだが、これはおかしい。月が遠地点(または近地点)を通過してから次に遠地点(または近地点)を通過するまでの時間(近点月)は新唐書について次のように与えられている:

暦周 231458, 秒 19,

暦周日 27, 餘 4658, 秒 19,

暦中日 13, 餘 6529, 秒 9半.

これらは「秒母100」とあるところにある数値なので、秒は100を分母にした数値である。

暦周は近点月を分単位(1日=8400分とする)で表したもので、したがって

近点月の日数=暦周 231458.19/統法 8400=27.554546428...

となる。暦周日はこれを日とその余りで表したもので、暦中日は暦周日の半分で、月が遠地点を通過してから近地点を通過するまで(および、近地点を通過してから遠地点を通過するまで)の時間である。これから分かるように、表の上半分の暦日14日(遠地点通過後の日数は13日)については $6529.095/8400$ 日後に近地点通過を迎えるので、その $6529.095/8400$ 日間の積度の変化がリニアだと仮定して表の下半分の初め(暦日1日)の積度を求めると $172度63分+1234分 \times 6529.095/8400=184度14.15514...分$

となる。実際、後で確認するように、表の暦日14日の損益率は同様の計算を行って求められている。ここで求めた $184度14.15514...分$ が月の遠地点通過時から近地点通過時までの積度の変化量になる。この値が表の下半分の暦日1日の積度の値として書かれるべきもので、表の値は間違っているのであるが、この値そのものは暦計算に直接使われるものではないので、この間違いが暦計算に影響することはない。

同様にして、表の下半分の暦日14日の暦分と積度の値から遠地点通過時の積度の値を(上記の修正を行わずに)求めると

$362度24分+1012分 \times 6529.095/8400=371度54.60049...分$

となる。表の下半分の暦日1日(近地点通過時)の積度は187度37分となっているので、月の近地点通過時から遠地点通過時までの積度の変化量は

$371度54.60049...分-187度37分=184度17.60049...分$

となる。これはケプラー運動を考える限り、上で求めた月の遠地点通過時から近地点通過時までの変化量 $184度14.15514...分$ と等しいはずであるが、若干異なっている。当時は両者が等しいとは考えられてなかった可能性がある。月が遠地点を通過してから次に遠地点を通過するまでの積度の変化量は

$184度14.15514...分+184度17.60049...分=368度31.75563...分$

となる。これは一周の角度 $365.25642817...度=365度21.53996...分$ に等しくなっていない。遠地点を基準にした月の移動量ならこれは一周に等しくなるはずなのに、それより大きくなっているのは、可能性としては、基準点を遠地点でなく、恒星に取っていることが考えられる。つまり、積度は月が恒星に対して動く角度なのではないか、ということである。

これを確かめるため、まず恒星月(月が恒星に対して一周する周期)を求める。それは朔望月と恒星年から、 $恒星月 = 1/(1/朔望月 + 1/恒星年)$ によって求められる****。朔望月=29.530595238...日(この日数は章月248057を統法8400で割って得られる)、恒星年=365.25642817...日(これは上述のとおり、象数920446199から得られる)を代入すると恒星月=27.321667377...日

となる。これより、近点月の間に月が恒星に対して動く量は
 近点月／恒星月×一周の角度

$$= 27.554546428... \text{日} / 27.321667377... \text{日} \times 365.25642817... \text{度}$$

$$= 368.36972902... \text{度}$$

$$= 368 \text{度} 31.057237... \text{分}$$

となり、表から得られた月が遠地点を通過してから次に遠地点を通過するまでの積度の変化量に分の単位まで等しいことが分かる（これが正確に一致しない理由はすぐ下で明らかになる）。これにより、表にある暦分や積度は月の恒星に対する移動量であることが確かめられた。

(注****) この式の導き方を示す。一周の角度（今で言う 360° ，あるいは宣明暦による $365.256428... \text{度}$ ）を A で表し、朔望月・恒星年・恒星月は日単位で表すこととする。月の太陽に対する移動量は 1 日当たり $A/\text{朔望月}$ ，太陽の恒星に対する移動量は 1 日当たり $A/\text{恒星年}$ ，月の恒星に対する移動量は 1 日当たり $A/\text{恒星月}$ で、月の太陽に対する移動量と太陽の恒星に対する移動量を加えると月の恒星に対する移動量になるから、 $A/\text{恒星月} = A/\text{朔望月} + A/\text{恒星年}$ ，すなわち $1/\text{恒星月} = 1/\text{朔望月} + 1/\text{恒星年}$ が成り立つ。したがって $\text{恒星月} = 1/(1/\text{朔望月} + 1/\text{恒星年})$ となる。

月が 1 日当たりに恒星に対して移動する量を計算すると

$$368 \text{度} 31.057237... \text{分} / 27.554546428... \text{日} = 1122.9746538... \text{分} / \text{日}$$

となり、これは $1123 \text{分} / \text{日}$ にかなり近い。月が遠地点を通過してから次に遠地点を通過するまでの積度の変化量が $368 \text{度} 31.75563... \text{分}$ になっていることは既に述べたが、実はこれは月の移動量を正確に $1123 \text{分} / \text{日}$ に等しいとして月が近点月間に移動する角度を求めたためである：

$$1123 \text{分} / \text{日} \times 27.554546428... \text{日} = 368 \text{度} 31.75563... \text{分}$$

次に、表の損益率がどのように得られたものかについて説明する。これは定朔を求める際に月が平均の速さで動くとして計算した朔の時刻に対する補正值になっているので、真の月の位置と平均の速さで動く月（これを平均の月ということにする）の位置との差を月の速さで割った量になっているはずである。月の平均の移動量は 1 日当たり 1123分 （この「分」は $1 \text{度} = 84 \text{分}$ としたときの角度の単位）としていた。1 日 = 8400分 なので、月は角度の 1 分を移動するのに平均 $8400 \text{分} / 1123 = 7.47996... \text{分}$ の時間が掛かる。この数値を丸めて 7.48 とすると、損益率は

$$\pm(1123 - \text{暦分}) \times 7.48 \quad (\text{※})$$

で計算できるはずである（複合は、元の表の上半分の遠地点通過後は朏

暦日	暦分	損益率	(※)	(#1)
1 日	1012	+830	+830.28	+829.43
2 日	1026	+726	+725.56	+724.70
3 日	1042	+606	+605.88	+605.01
4 日	1060	+471	+471.24	+470.35
5 日	1078	+337	+336.60	+335.70
6 日	1096	+202	+201.96	+201.05
7 日	1115	+53, -7	+ 59.84	+67.35, -8.44
8 日	1134	- 82	- 82.28	- 83.22
9 日	1153	-224	-224.40	-225.36
10 日	1172	-366	-366.52	-367.49
11 日	1191	-509	-508.64	-509.63
12 日	1209	-643	-643.28	-644.28
13 日	1223	-748	-748.00	-749.02
14 日	1234	-646	-645.35	-646.15

の値の差になっているので+、元の表の下半分の近地点通過後は朏の値の差になっているので-。実際、右上に示す表のとおり（ここでは、まず元の表の上半分の遠地点通過後について示す）、宣明暦の損益率はこの値によく一致する（この表では、元の表にあった「益」を+、「損」を-で示している。（※）欄の数値が上式の計算値を小数第 3 位以下を四捨五入して小数第 2 位まで示したものである）。実際の月の移動速度は遠地点からの角距離により変わるので、(※) で掛ける数の 7.48 は、その変化を考慮して暦日ごとに変えるほうが損益率の計算が正確になるはずだが、宣明暦の損益率の計算ではそのような計算がなされていないことが分かる（この計算法を採用すると、たとえば、遠地点通過後の暦日 1 日の損益率

は $+830 \times 1123 / 1012 = +921$ のようになるはずである). もう 1 点, (※) は朔 (月と太陽が同じ方向に見えるとき) の日時に対する補正なので, 掛ける数 7.48 を求める際に用いる月の速度は恒星に対するものではなく太陽に対するものにすべきで, その場合は, 恒星に対する 1 日当たりの月の移動量が 1123 分, 同じく太陽の移動量が 84 分なので, 掛ける数は $8400 / (1123 - 84) = 8.08469\dots$ となる. しかし, 宣明暦ではこの値は用いられていない.

また, 「暦中日 13, 餘 6529, 秒 9 半」とあったように, 月が遠地点を通過してから近地点を通過するまで $(13 + 6529.095 / 8400)$ 日 $= 13.7772732\dots$ 日であるから, 暦日 14 日の損益率は (※) の計算値に $0.7772732\dots$ を乗じて求められる (この 6529.095 の数値は, 十四日の初数としては丸めて 6529 と与えてあり, それを使うと $0.7772732\dots$ ではなく $6529 / 8400 = 0.7772619\dots$ になる). ただし, 平均の月と真の月の位置は遠地点と近地点で一致するので, 損益率を暦日の 1 日から 14 日まで加えたものは 0 になるはずであり, 14 日の損益率はその条件から求められたものである可能性がある (両者は理論的には一致するはずのものであるが, 実際の計算では数値を丸めている関係で若干の差が生じることがある. ただし, これらの宣明暦の損益率の数値には, このすぐ後に述べる問題がある). 暦日 7 日の損益率は $+53$ と -7 に分けて書かれているが, これは平均の月と真の月の位置の差が暦日 7 日の中で増加から減少に転ずるとしているためで, その転ずる時点が七日の初数 7465 (これは 1 日 $= 8400$ 分とした分数で, 残りの $8400 - 7465 = 935$ は末数として与えてある) である. この初数 7465 は暦中日を半分にした $(13 + 6529.095 / 8400)$ 日 $/ 2 = (6 + 7464.5475)$ 日の分数 7464.5475 を丸めて得られた数値である (実際に平均の月と真の月の位置の差が増加から減少に転ずるのは時間的に遠地点通過と近地点通過の中間というわけではないのだが, 宣明暦ではそう考えている). 暦日 7 日の損益率の $+53$ と -7 は暦日 7 日に対する (※) の計算値 $+59.84$ を初数 : 末数 $= 7465 : 935$ に分けて求められたと考えられる (実際に分けると小数第 2 位までの概数で 53.18 と 6.66 となり, これらを丸めて 53 と 7 になる) のだが, 実はこの考え方に間違いがある. 損益率を 2 つに分けたら, その合計が (※) の計算値の約 $+60$ にならなければならないのに, $+53$ と -7 では合計 $+46$ にしかならないからである. x と y を正の数として $+59.84$ を x と $-y$ に分け, $x : y = 7465 : 935$ となるようにすると実際は $x = 68.41, y = 8.57$ (ここでも小数第 2 位までの概数で与えている) になる. したがって, 暦日 7 日の損益率は $+68$ と -9 に分けるのが適切だということになる. しかし, このようにすると損益率の合計が 0 でなくなってしまう. 正しく計算したはずのほうの合計が 0 にならないという, 一見矛盾した結果になっているが, これは, もともと (※) の値の合計が $+12.89$ (元の表の上半分と下半分でこの合計は同じ数値になっている) で 0 になっておらず (これは (※) の式にある定数の 1123 や 7.48 が概数であったために生じた誤差である), その不一致を暦日 7 日の損益率の不適切な分け方で吸収してしまったためである.

この事実 (損益率を正しく計算すると, その合計は 0 になる) を確認するため, 暦分として表に与えられた値を採用したとき, 損益率の正しい値はどうなるのかを次に示す (ただし, 暦分の平均値との差に掛ける, (※) の 7.48 に当たる数は日毎に変化するとはせず, また太陽の速度も考慮せず, 宣明暦の考え方にしたがって, 恒星に対する月の平均の移動量を用いる). この計算において, 月が遠地点を通過してから近地点を通過するまでの日数は $(13 + 6529.095 / 8400)$ 日 $= 13.7772732\dots$ 日とし, 平均の月と真の月の位置の差が増加から減少に転ずる時点を示す

暦日	暦分	損益率	(※)	(#2)
1 日	1234	+830	+830.28	+829.25
2 日	1220	+726	+725.56	+724.54
3 日	1203	+598	+598.40	+597.40
4 日	1185	+464	+463.76	+462.77
5 日	1167	+329	+329.12	+328.15
6 日	1149	+195	+194.48	+193.52
7 日	1131	+53, -7	+ 59.84	+67.33, -8.43
8 日	1112	- 82	- 82.28	- 83.21
9 日	1093	-225	-224.40	-225.31
10 日	1074	-366	-366.52	-367.41
11 日	1056	-501	-501.16	-502.04
12 日	1039	-628	-628.32	-629.18
13 日	1024	-740	-740.52	-741.37
14 日	1012	-646	-645.35	-646.01

暦日 7 日の初数と末数はそれぞれ 7465 と 935 を正確な値とする. 元の表の上半分の遠地点通過後では, 暦日 14 日の暦分は $1234 \times 0.7772732\dots = 959.15514\dots$ となり, これを用いて暦分の合計を求めると $15470.15514\dots$ (これは角度の分単位で表されており, 既に述べたように 184 度 14.15514...分に等しい) で, 暦分の 1 日当たりの平均値は $15470.15514\dots / 13.7772732\dots = 1122.87496\dots$

となる. また月が角度の 1 分を移動するのにかかる時間の平均は $8400 \text{ 分} / 1122.87496\dots = 7.4807973\dots$ 分である. したがって, (※) に代わる正しい損益率の式は $+(1122.87496\dots - \text{暦分}) \times 7.4807973\dots$ (#1)

となる. この式による各暦日に対する値を先の表の (#1) の欄に示す. 7 日に対する損益率は上で説明した正しい方法で+と-に分けてある. この表で (#1) の合計を計算すれば 0.00 になることが確認できる. そして, 暦日 1 日から 6 日までの宣明暦の正の損益率はそれぞれほぼ 1 だけ大きすぎ, 暦日 8 日から 14 日までの宣明暦の負の損益率は絶対値でいてそれぞれほぼ 1 だけ小さすぎ, その結果として損益率の合計が 0 にならないという矛盾が, 暦日 7 日の損益率の+と-の値の分け方の間違いによって吸収されていることが確認できよう.

以上は元の表の上半分の遠地点通過後についての議論であった. 元の表の下半分の近地点通過後については右上の表のようになる. この表で, 上半分の (#1) に対応する式は $-(1123.12503\dots - \text{暦分}) \times 7.4791316\dots$ (#2)

である. この下半分の表についても上半分の表と同様に, 損益率の合計が 0 にならないという矛盾が, 暦日 7 日の損益率の+と-の値の分け方の間違いによって吸収されていることが確認できる.

4. まとめ

宣明暦の計算方法について解説している『長慶宣明暦算法』や『新唐書』などにある表の値の意味を明らかにし, それらの表値に含まれる誤りを指摘した. 過去の日本の日付の同定にこれらの誤りが影響していないか, 確認する必要がある.

宣明暦の計算には他に日月食等の計算もある. 今後は, それらについても調査し, 内容を明らかにする予定である.