

太陽・恒星物理のための 磁気流体力学

横山 央明
東京大学 地球惑星

目次

プラズマと磁気流体

磁気流体方程式

磁力線凍結

Lorentz力: 磁気圧と磁気張力

磁気圧によるプラズマ排除と、磁気浮力

磁気流体波動

磁気流体衝撃波

磁気リコネクション

「乱流」的リコネクションの研究

プラズマと磁気流体

プラズマとは

電離ガス＝陽子＋電子＋少量のイオン

太陽コロナは完全電離（電離度100%）

太陽光球・彩層は、電離度 $1e-7$ -- 0.1程度

$$\frac{n_i}{n_n} = 10^{15} \frac{T[\text{K}]^{3/2}}{n_n[\text{cm}^{-3}]} \exp\left(-\frac{I}{k_B T}\right)$$

磁気流体とは

プラズマを、空間的・時間的に「マクロ」に取り扱う
(c.f. 「ミクロ」な扱いは粒子運動論)

例：太陽コロナ

$$\text{粒子間距離 } n^{-1/3} = 10^{-3} \text{cm} \left(\frac{n}{10^9 \text{cm}^{-3}}\right)^{-1/3}$$

$$\text{Debye 長 } \lambda_D = 0.2 \text{cm} \left(\frac{n}{10^9 \text{cm}^{-3}}\right)^{-1/2} \left(\frac{T}{10^6 \text{K}}\right)^{1/2}$$

$$\text{平均自由行程 } \lambda_{\text{mfp}} = 2 \times 10^7 \text{cm} \left(\frac{n}{10^9 \text{cm}^{-3}}\right)^{-1} \left(\frac{T}{10^6 \text{K}}\right)^2$$

$$\text{熱力学的緩和時間 } \tau_{ie} = 20 \text{sec} \left(\frac{n}{10^9 \text{cm}^{-3}}\right)^{-1} \left(\frac{T}{10^6 \text{K}}\right)^{3/2}$$

磁気流体方程式

質量保存 (連続方程式)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

運動量保存 (運動方程式)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{V}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) = -\nabla p + \frac{1}{c} \mathbf{J} \times \mathbf{B}$$

エネルギー保存 (エネルギー方程式)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{V}^2 + \frac{1}{8\pi} \mathbf{B}^2 \right) + \nabla \cdot \left[\left(\frac{\gamma p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{V}^2 \right) \mathbf{V} + \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \right] = 0$$

磁場発展 (誘導方程式)

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (c\eta \mathbf{J})$$

Ampère の法則

$$\mathbf{J} = \frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B}$$

Ohm の法則

$$\mathbf{E} = -\mathbf{V} \times \mathbf{B}/c + \eta \mathbf{J}$$

以上の方程式 (成分を考えると 14 本) に対して、従属変数は 14 個 (ρ 、 p 、 \mathbf{V} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{J} 、 \mathbf{E}) である。
必要に応じて次の方程式をもちいる。

状態方程式 $p = \rho \frac{k_B}{m} T$

磁場の Gauss の法則 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

電荷の Gauss の法則 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\zeta$

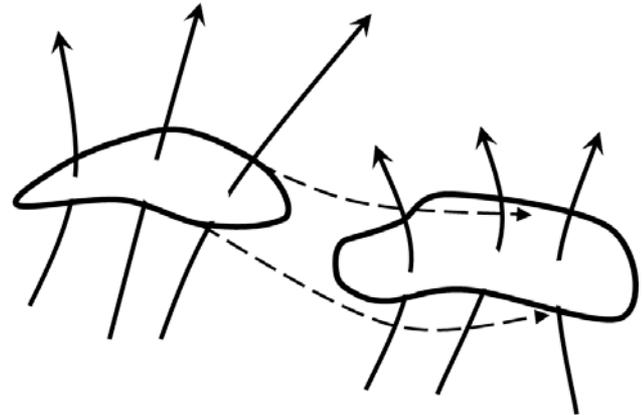
磁力線凍結

完全導体 ($\eta=0$) のプラズマ中で、流体とともに動く任意の $S(t)$ に対して

$$\frac{d}{dt} \Phi(t) = 0。$$

ここで

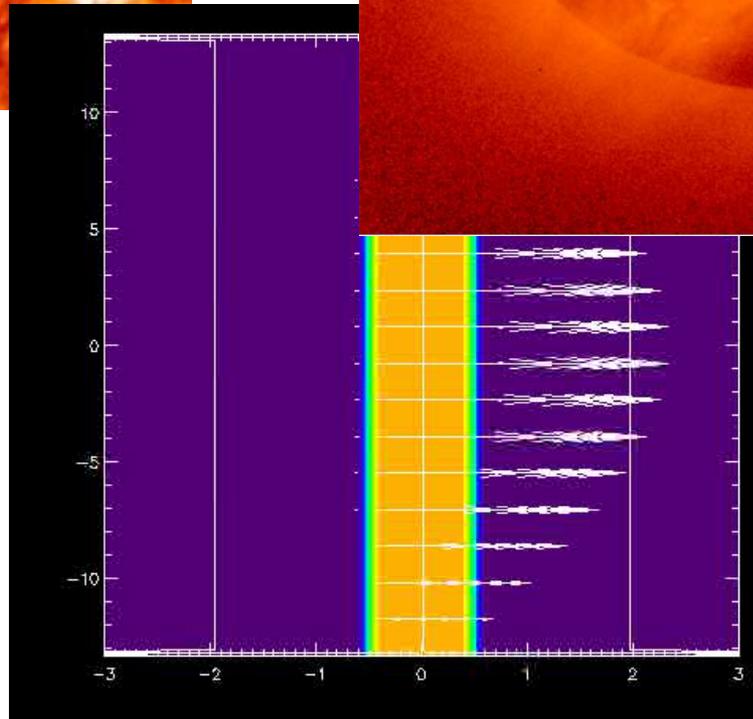
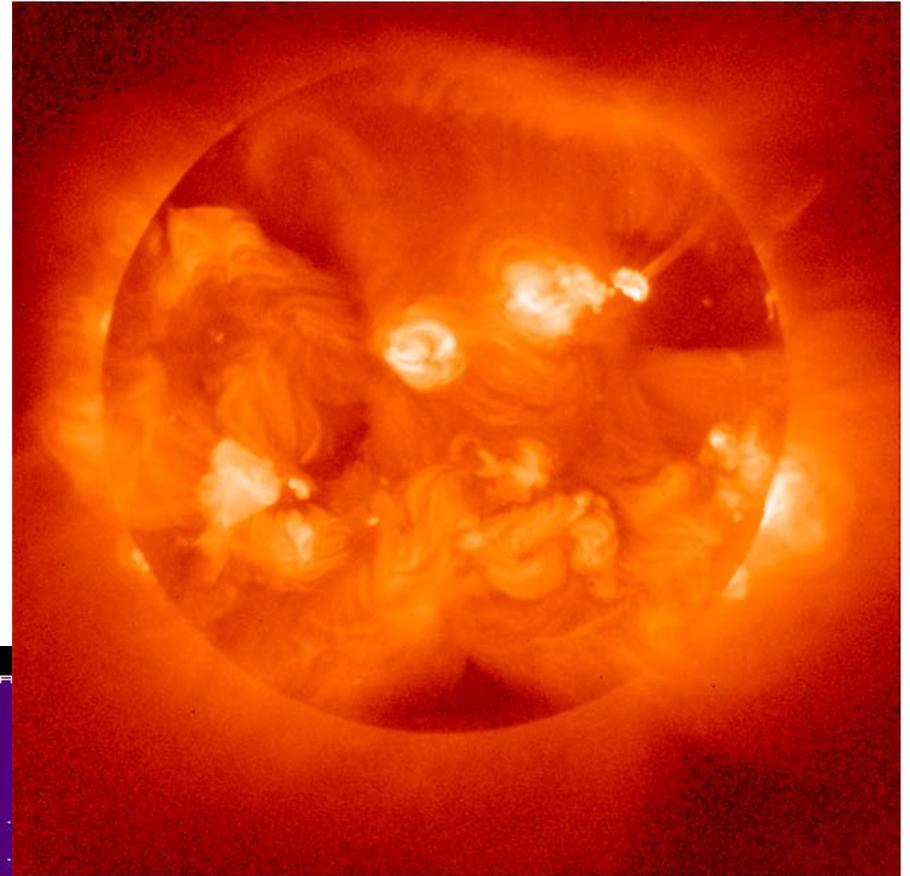
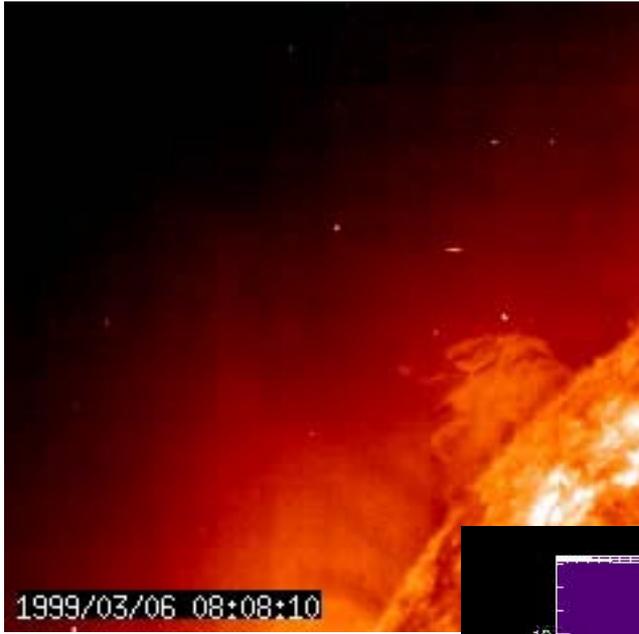
$$\Phi(t) = \int_{S(t)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$



証明: 以下の数学公式で、右辺の被積分関数がゼロになることから。

$$\frac{d}{dt} \int_{S(t)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_{S(t)} \left[\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{B}) \mathbf{V} + \nabla \times (\mathbf{B} \times \mathbf{V}) \right] \cdot d\mathbf{S}$$

磁力線凍結の例

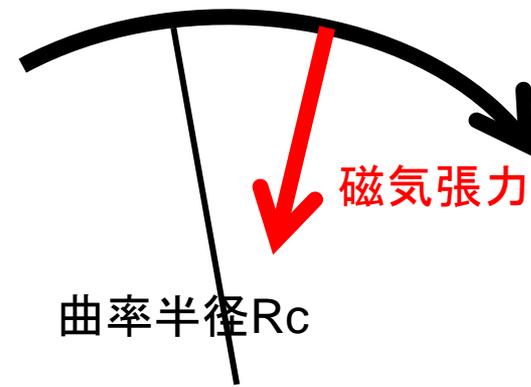
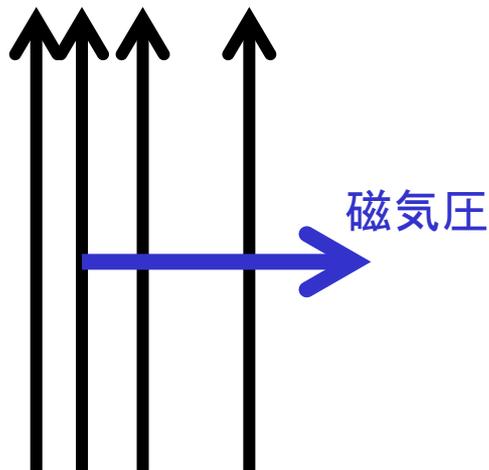


Lorentz力: 磁気圧と磁気張力

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{V}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) = -\nabla p + \frac{1}{c} \mathbf{J} \times \mathbf{B}$$

運動方程式に現れる磁気力(Lorentz力)は

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{(em)} &= \mathbf{J} \times \mathbf{B}/c = \left(\frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B} \right) \times \mathbf{B}/c = -\nabla \left(\frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{1}{4\pi} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} \\ &= \underbrace{-\nabla \left(\frac{B^2}{8\pi} \right)}_{\text{磁気圧}} + \underbrace{\left[\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{B^2}{8\pi} \right) \right] \mathbf{e}_s + \frac{B^2}{4\pi R_c} \mathbf{e}_n}_{\text{磁気張力}} \end{aligned}$$



Lorentz力：磁気圧と磁気張力

天体物理的になにがうれしいか。

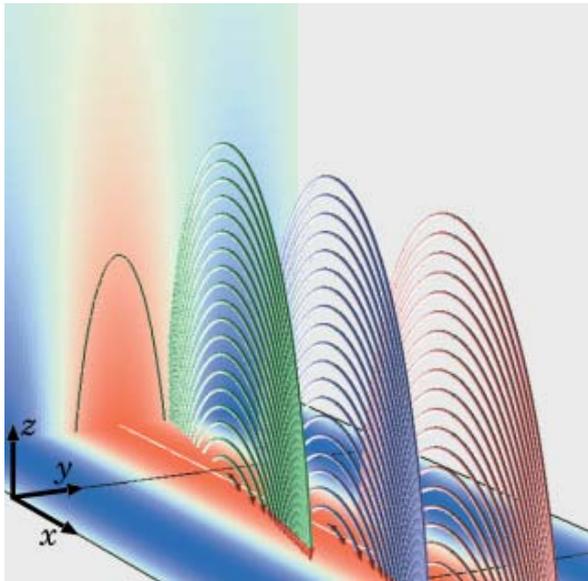
「磁力線凍結」とあわせて、磁力線があたかも物理的実体（模様ではなく力学的構造）であるかのように取り扱える。

観測・シミュレーション画像から力学的様相が推測可能

「フォースフリー磁場」 $\mathbf{J} \times \mathbf{B} = 0$

磁気張力と磁気圧勾配とがつりあっている力学平衡状態

Lorentz力が他の力（重力やガス圧勾配）より圧倒的に大きな環境、たとえば太陽コロナで達成される



磁気圧によるプラズマ排除と、磁気浮力

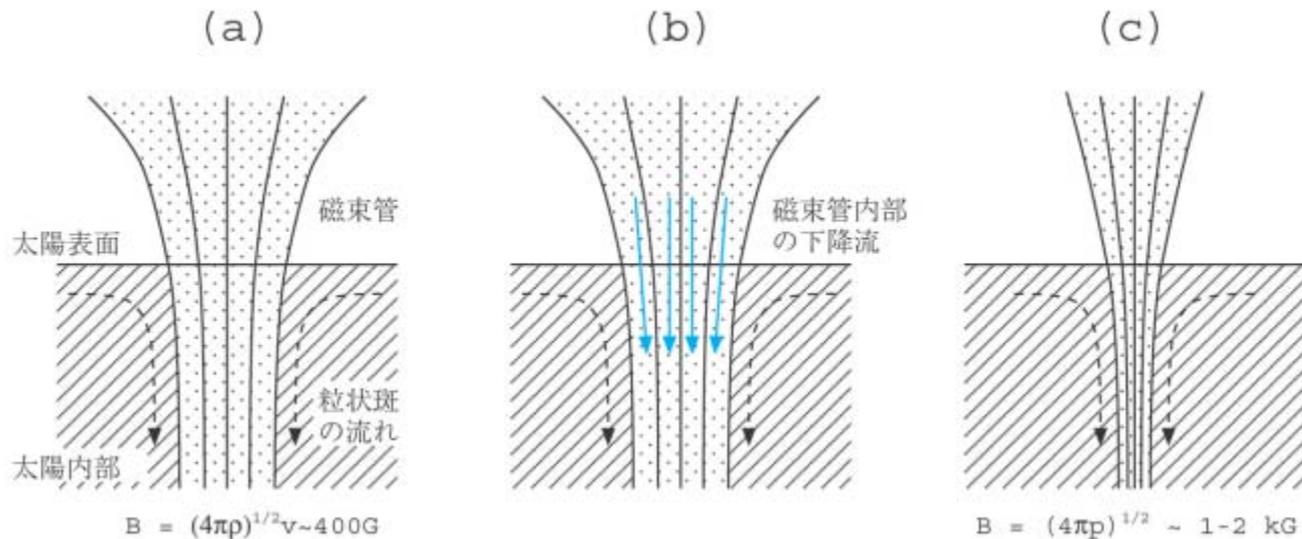
磁気圧が、動圧やガス圧と釣り合うことで起こる現象

太陽対流層での磁束掃き寄せ

熱対流による運動圧と磁場圧がほぼ釣りあう

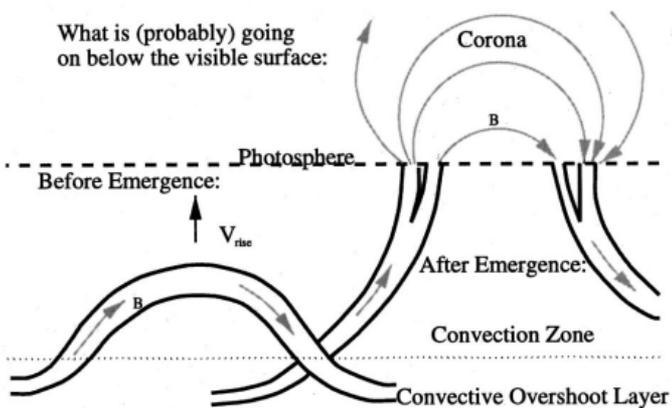
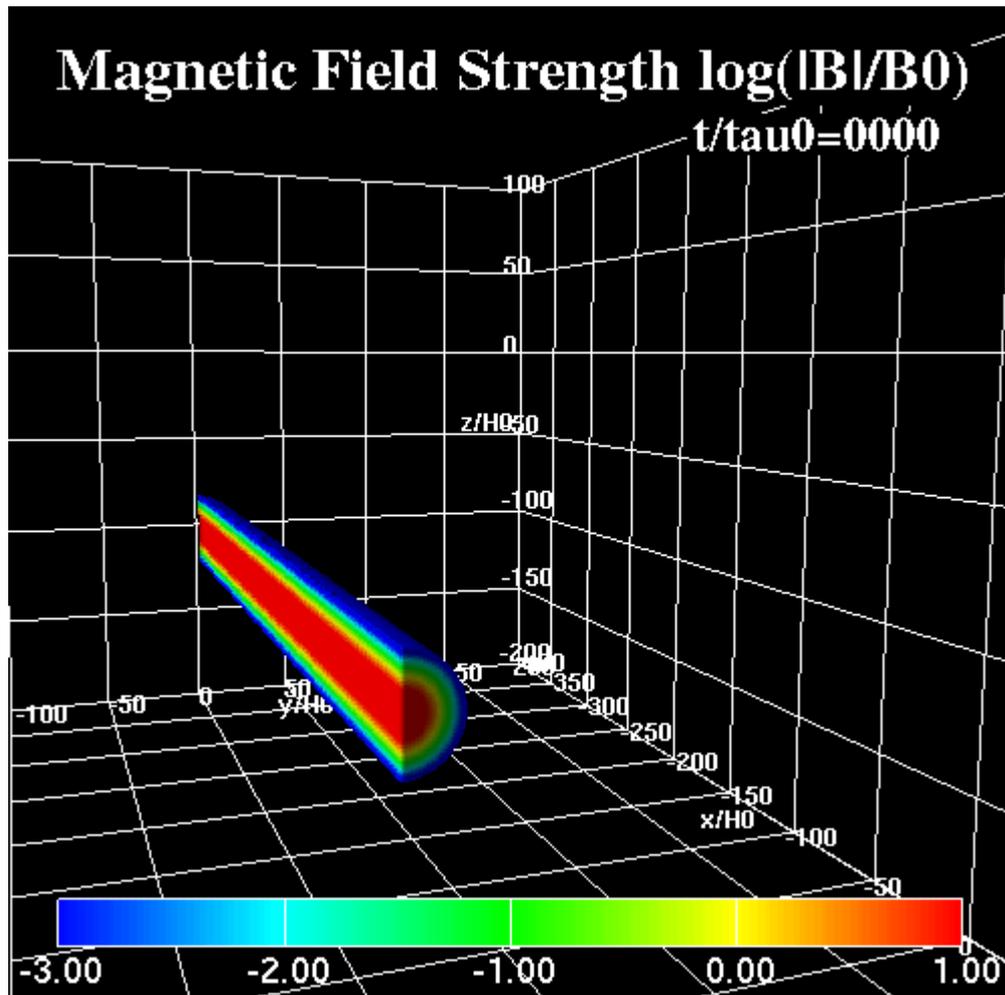
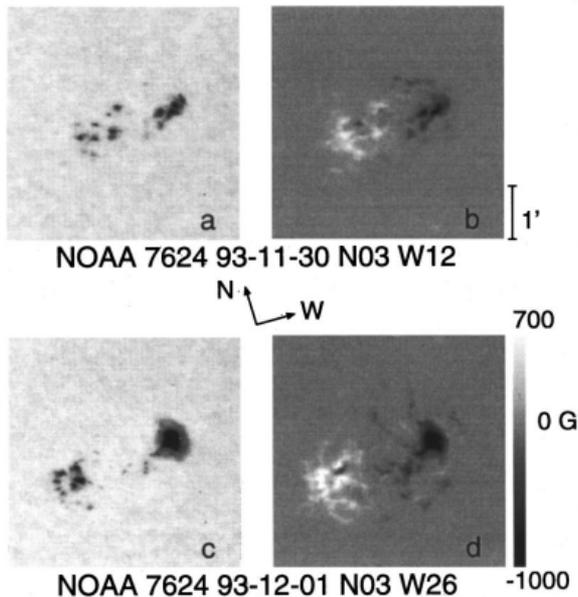
黒点やポア

ガス圧と磁気圧とが釣りあうことで、強烈な磁場を維持



(永田2008 天文月報)

磁束管の浮上



(Fisher et al. 2000)

$$p_{tube} + \frac{B^2}{8\pi} = p_{ext} \quad (\text{鳥海 2011})$$

磁束管内部のガス圧は周囲より低い。周囲と等温(熱平衡)とすると、中が軽く浮力が働く

磁気流体波動

密度・温度・磁場が一様な静止媒質を伝わる磁気流体波動は、 $C_p \equiv \frac{\omega}{k}$
 圧縮性波動(磁気音波)と

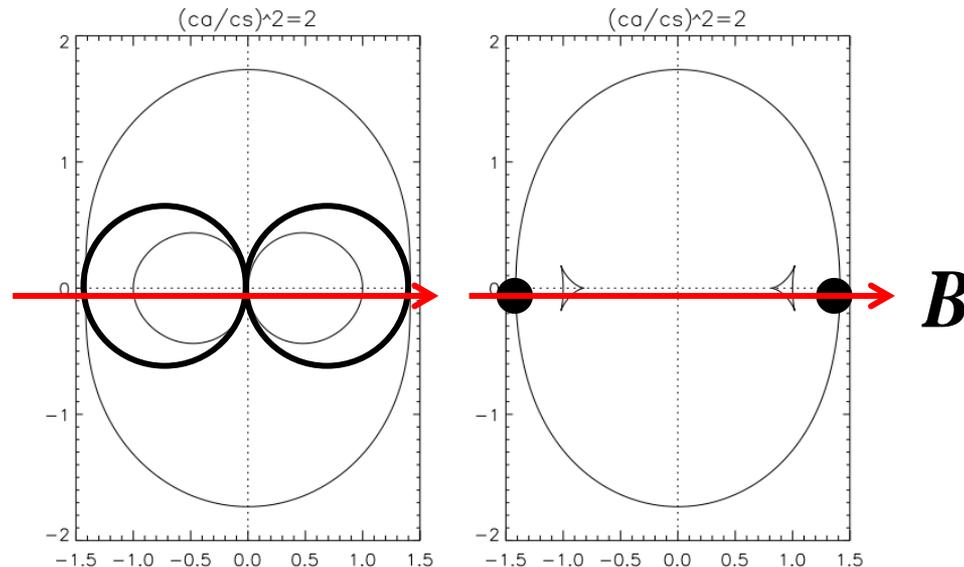
$$C_p^2 = \frac{1}{2} [(C_A^2 + C_s^2) \pm \sqrt{D}]$$

$$D = (C_A^2 + C_s^2) - 4C_A^2 C_s^2 \cos^2 \theta$$

非圧縮性波動(Alfvén波)と

$$C_p = \pm C_A \cos \theta$$

に大きく分けられる。



磁気流体波動

速進磁気音波 (ファストモード)	遅進磁気音波 (スローモード)	Alfven波
縦波(圧縮波)		横波(非圧縮波)
ほぼ等方的に伝播	ほぼ磁力線沿いに伝播	磁力線沿いに伝播
非線形効果(つったち)で熱化しやすい		非線形効果は効き難い
ガス圧と磁気圧との 擾乱増減が同位相	ガス圧と磁気圧との 擾乱増減が逆位相	$V_{\perp 1}/C_A = \pm B_1/B_0$ Walenの関係

3種類のMHD衝撃波

寺澤ほか(1996)より

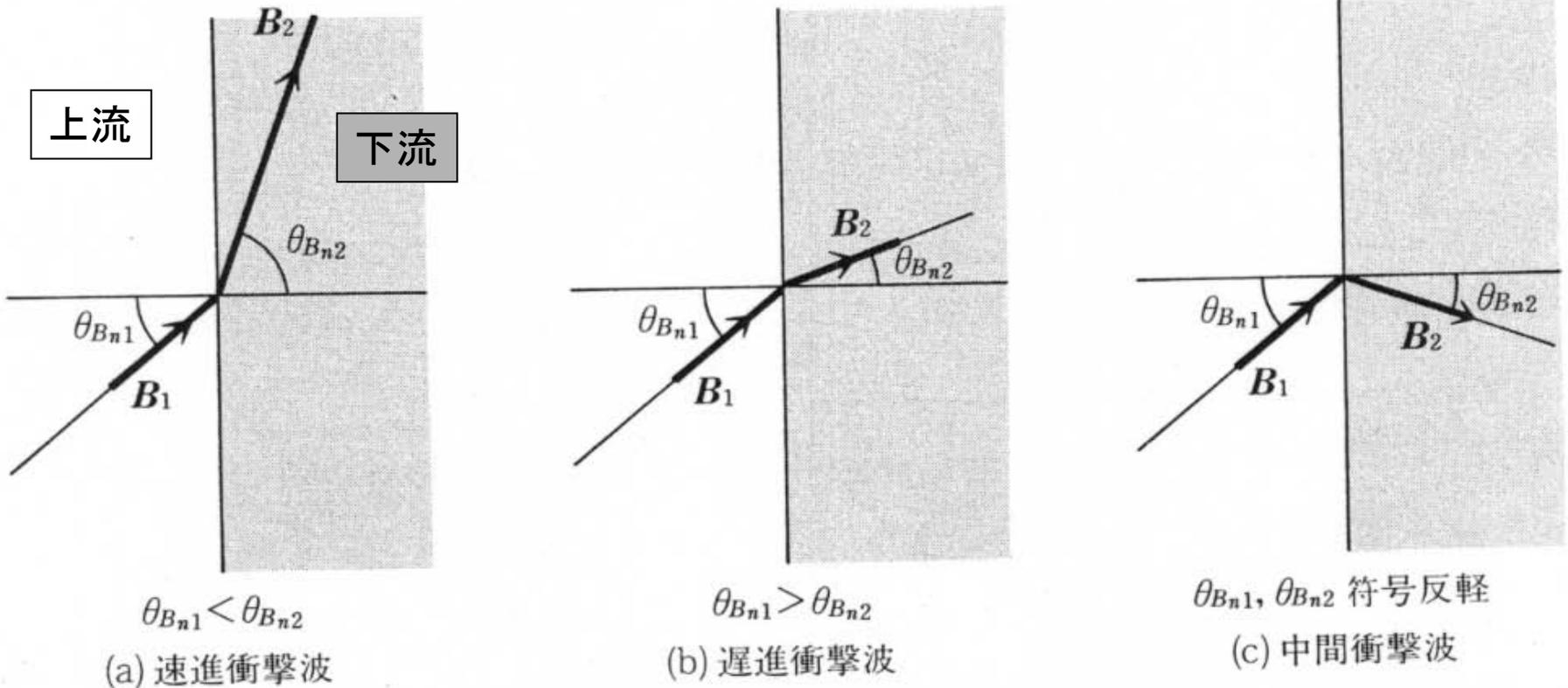
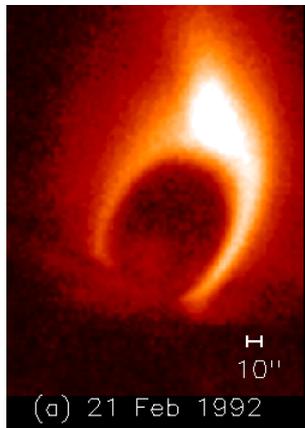


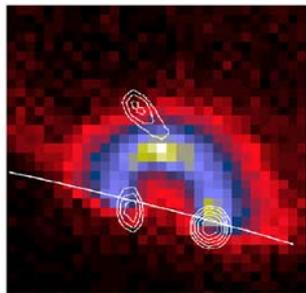
図 3.18 3種類の電磁流体衝撃波の構造を示す。速進衝撃波(a)では下流側で磁場強度が増大し、遅進衝撃波(b)では減少する。(a), (b)では上流・下流の磁場の接線成分は同一符号を持つが、中間衝撃波(c)では反転する。

フレアのリコネクションモデルの観測的証拠

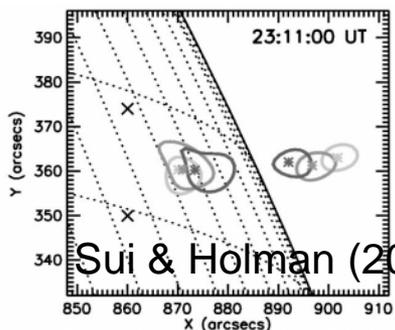
“CSHKP”モデル



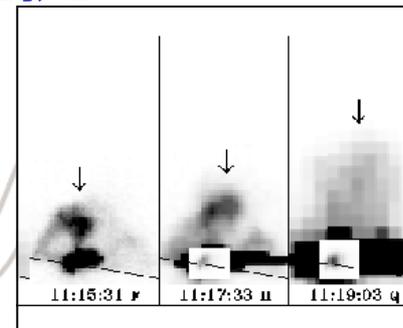
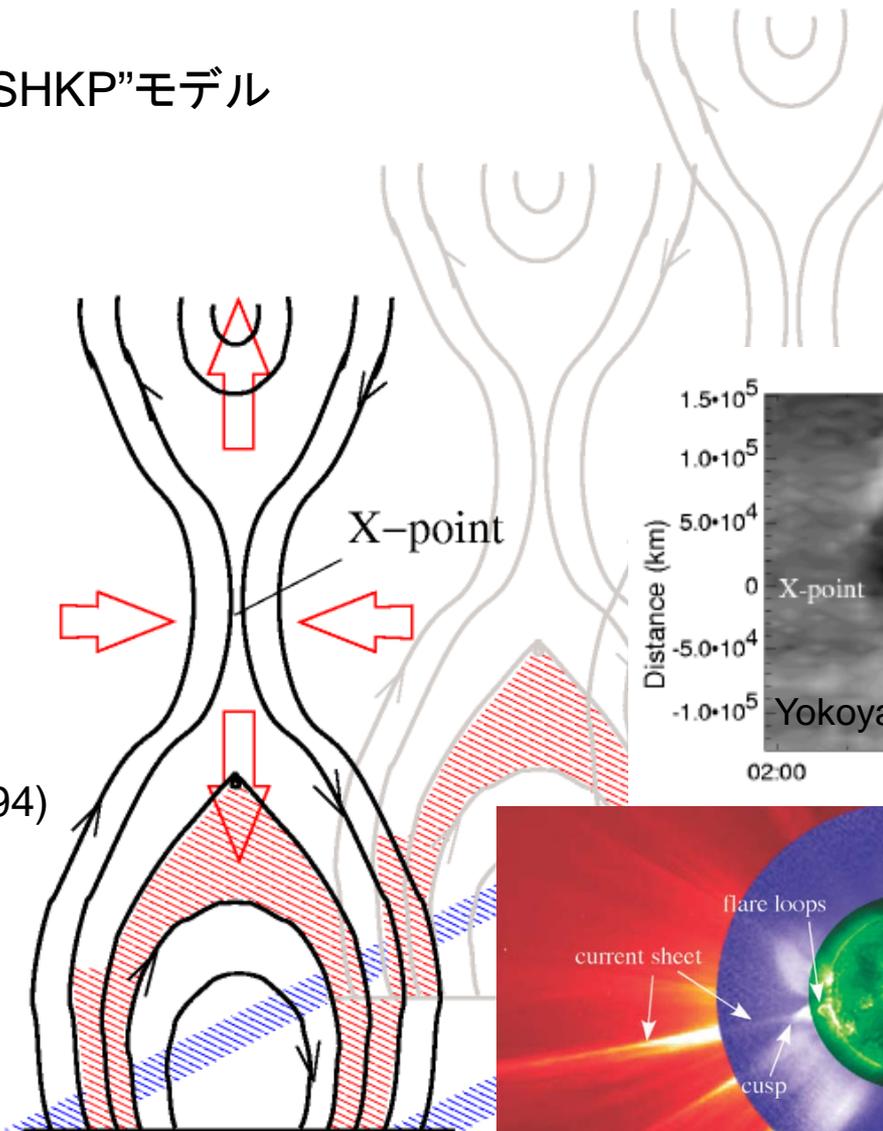
Tsuneta et al. (1992)



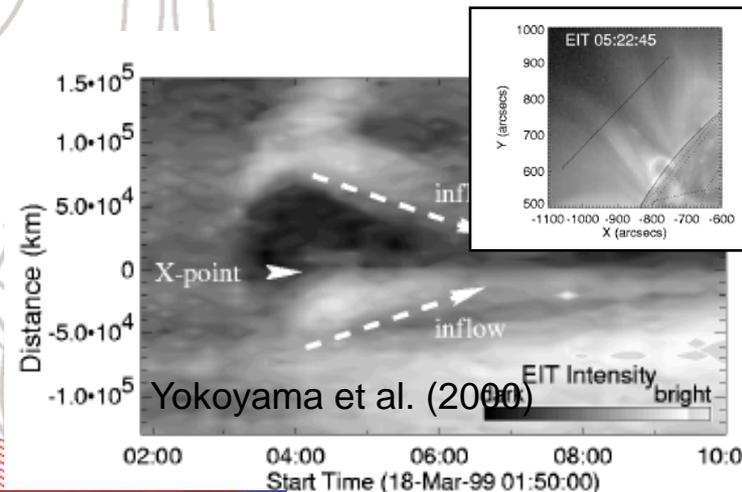
Masuda et al. (1994)



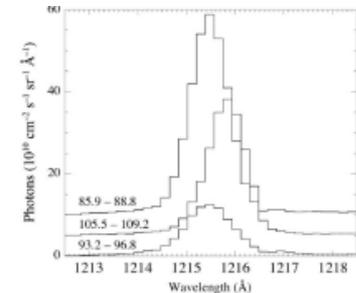
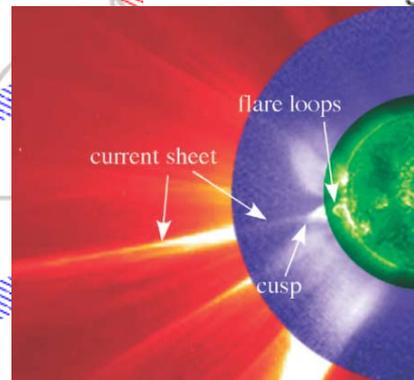
Sui & Holman (2003)



Shibata et al. (1995)

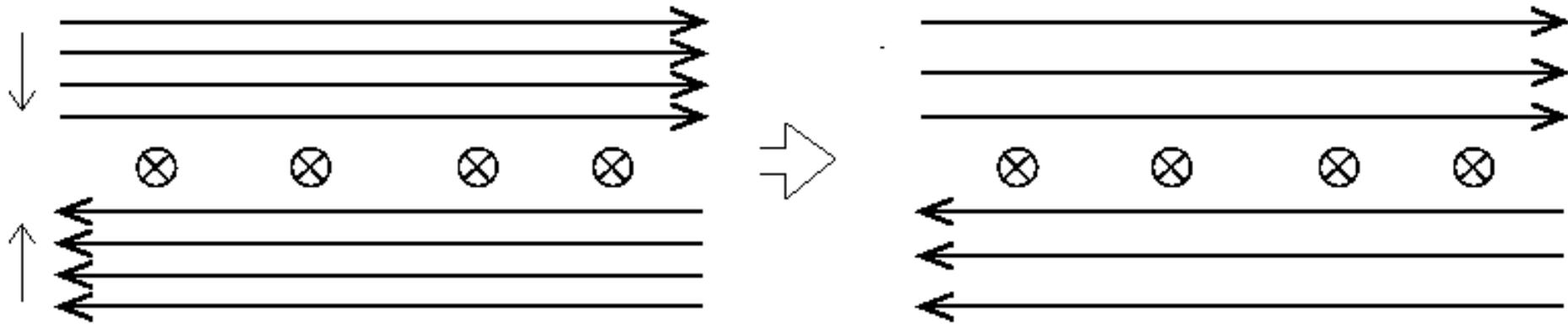


Yokoyama et al. (2000)



Lin, J. et al. (2005)

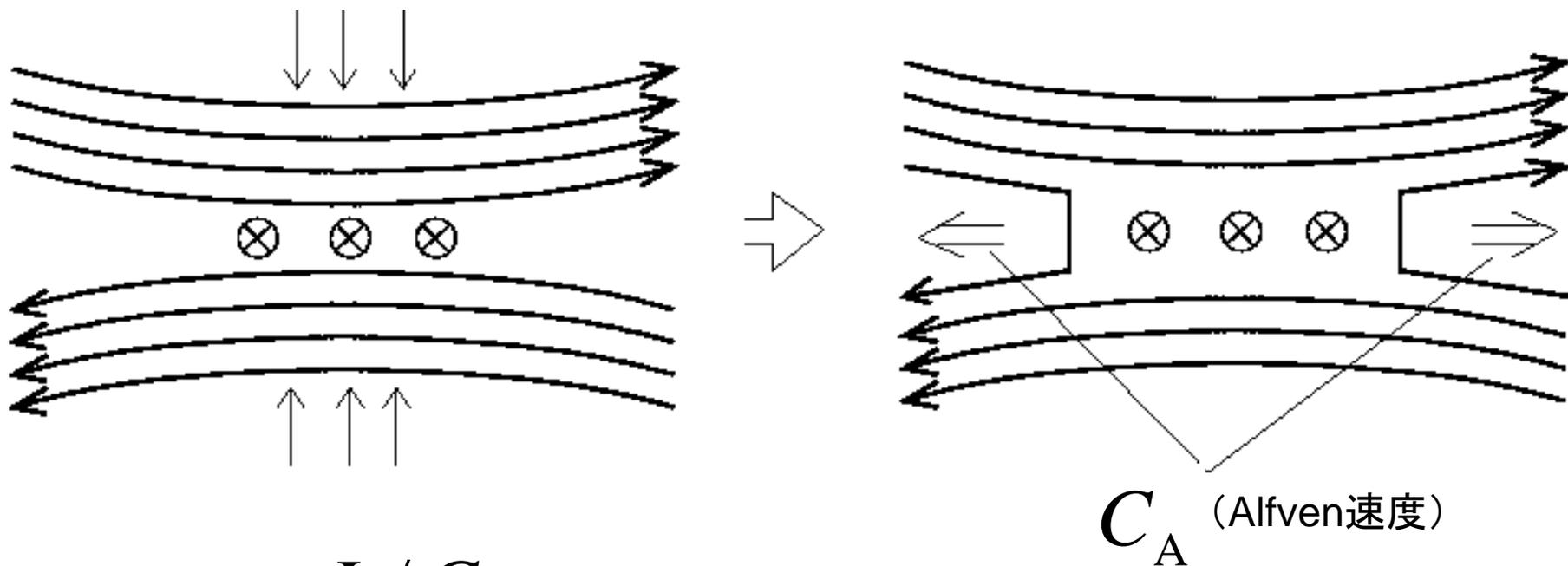
Joule (Ohm) 散逸



$$\tau_{\text{diff}} = L^2 / \eta$$

$$\approx 3 \times 10^7 \text{ yr} \left(\frac{L}{10^5 \text{ km}} \right)^2 \left(\frac{\eta}{10^5 \text{ cm}^2 / \text{s}} \right)^{-1}$$

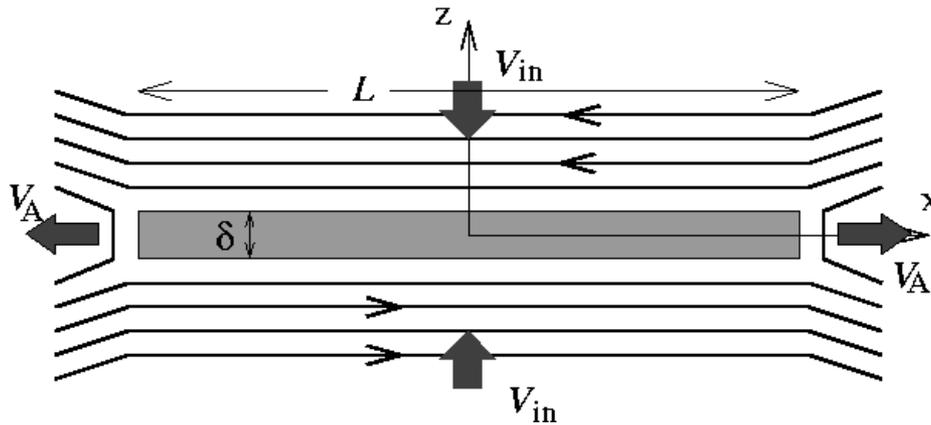
磁気リコネクションの概念



$$\tau_A \equiv L / C_A$$

$$\approx 100 \text{ sec} \left(\frac{L}{10^5 \text{ km}} \right) \left(\frac{C_A}{10^3 \text{ km/s}} \right)^{-1}$$

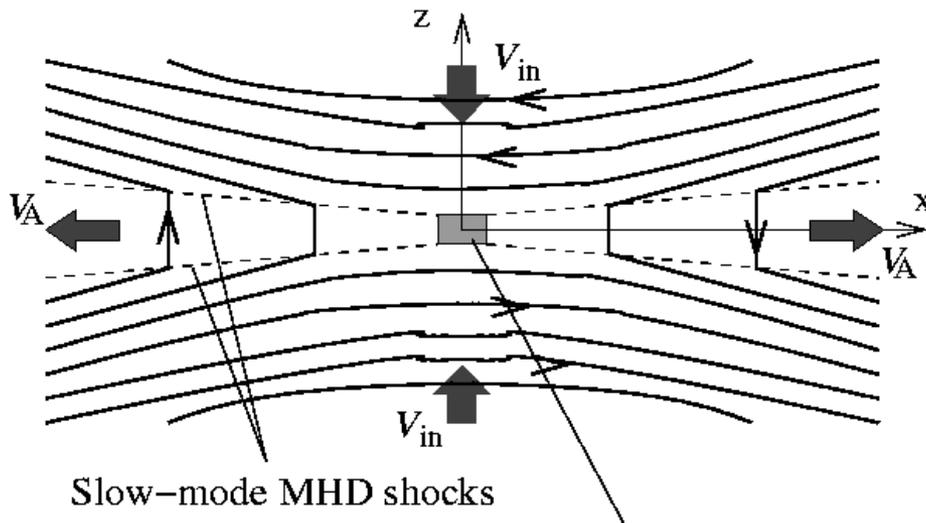
定常リコネクション理論モデル



Sweet-Parkerモデル

$$\tau_{\text{SP}} = \sqrt{\tau_A \tau_{\text{diff}}} = R_m^{1/2} \tau_A \approx 100 \text{ day}$$

$$M_A = R_m^{-1/2}$$

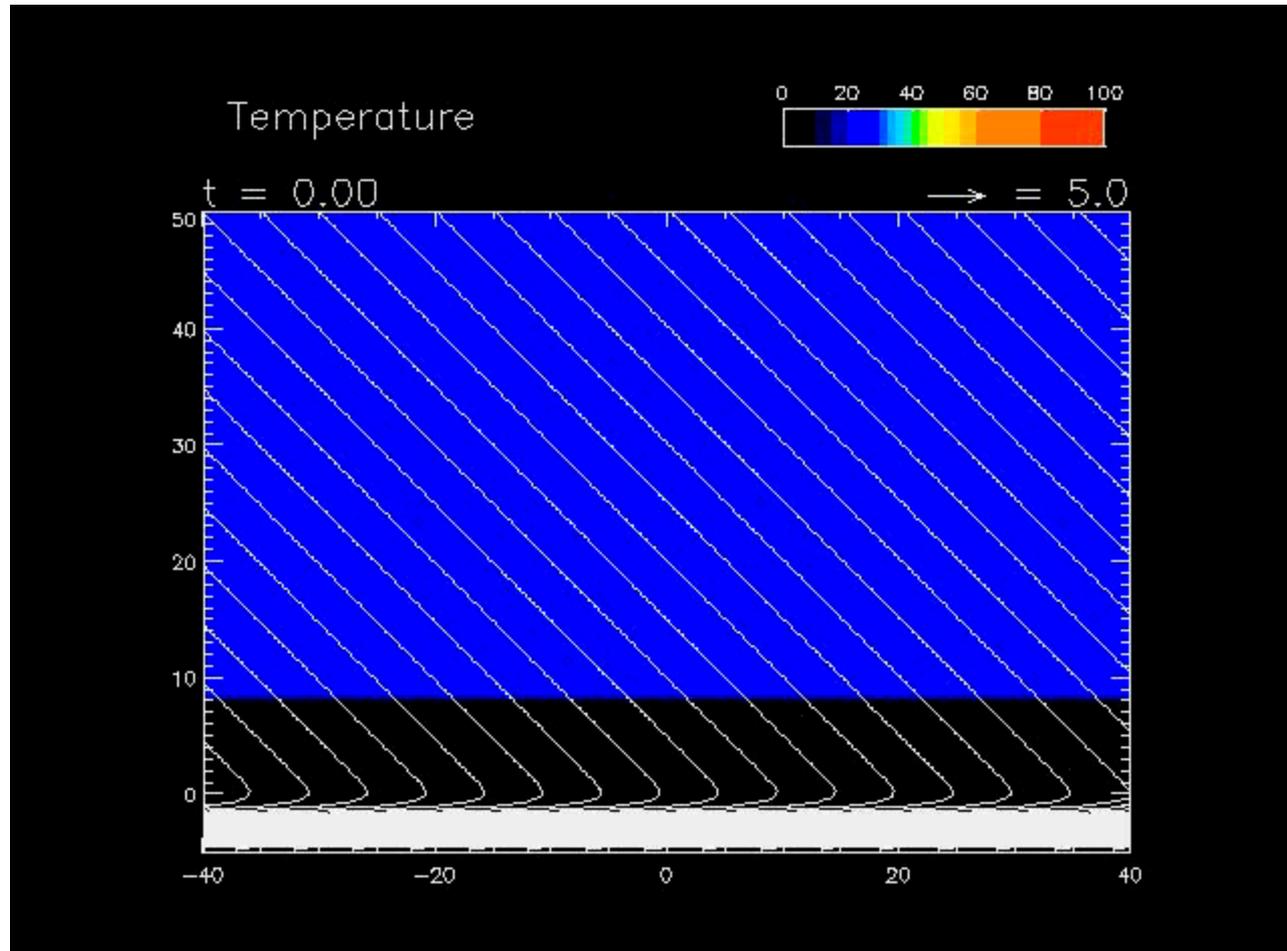


Petschekモデル

$$\tau_{\text{Pet}} \approx [\ln R_m] \tau_A \approx 20 \text{ s}$$

$$M_A \approx 1 / \ln R_m$$

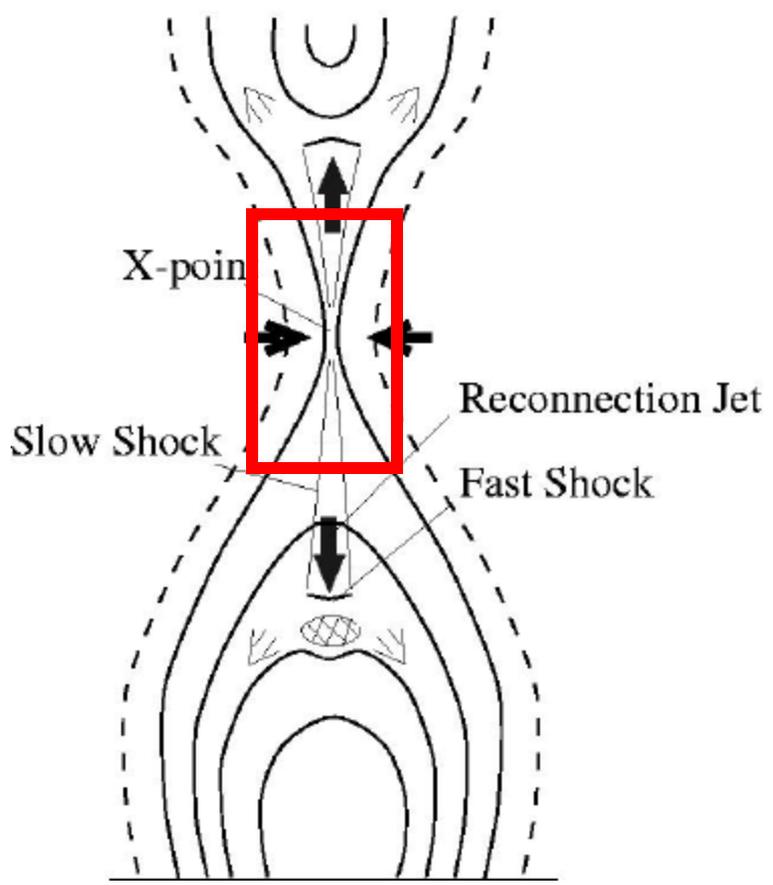
Sweet-Parker diffusion region



(Yokoyama & Shibata 1995)



リコネクション物理の課題: 空間スケールのギャップ問題



プラズママイクロ過程による抵抗が効く空間スケール

$$\delta = \rho_i \sim \underline{1 \text{ m}}$$

δ ; 電流シートの厚み

ρ_i ; イオンLarmor半径

フレアの空間スケール

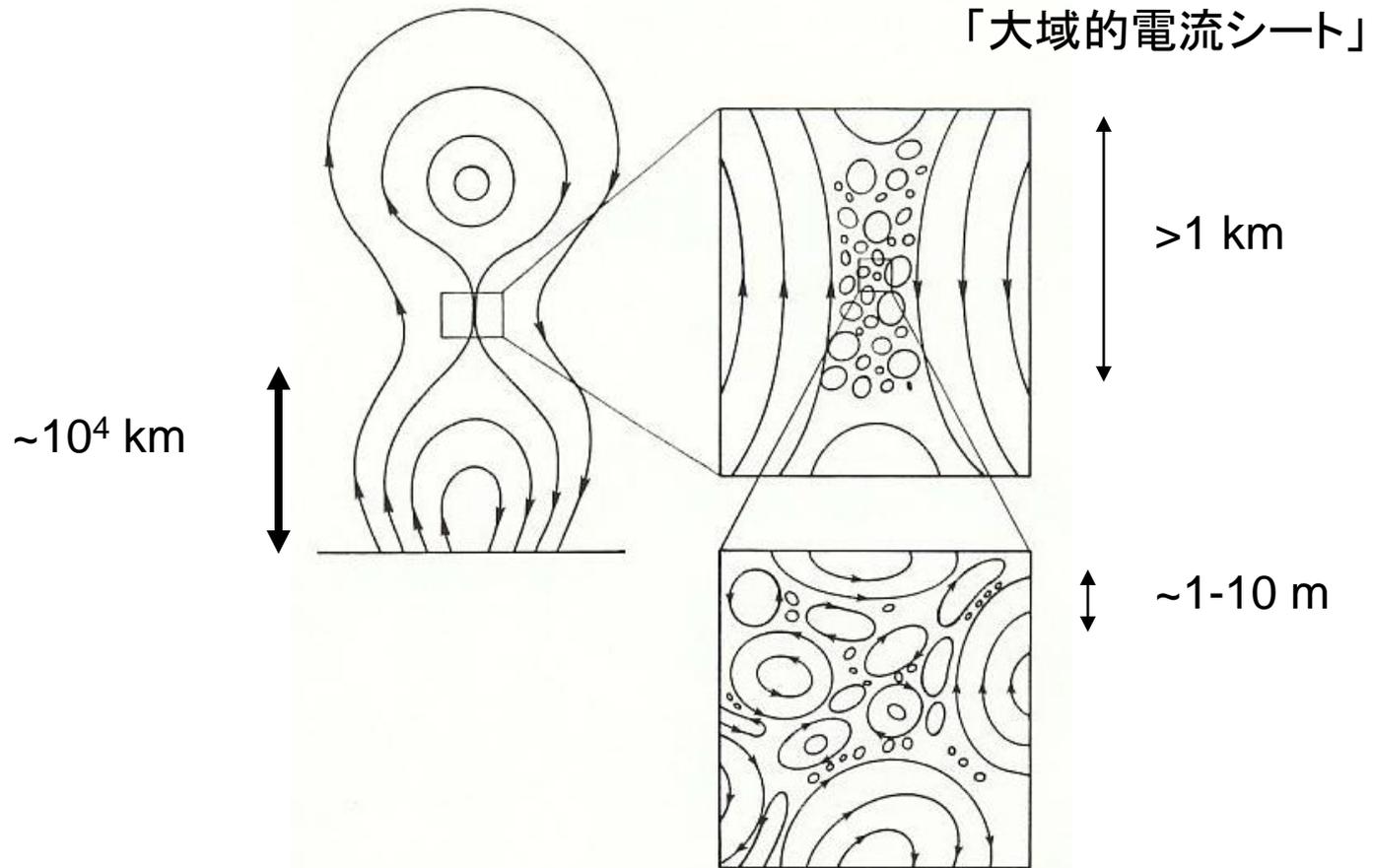
$$- \underline{10^4 - 10^5 \text{ km}}$$

10^7 から 10^8 ものギャップ!

- 安定に(層流で)つながっているとは考えがたい
- MHD乱流が重要?

フラクタル電流シート

Tajima & Shibata (1997)



Plasmoid-induced reconnection and fractal reconnection

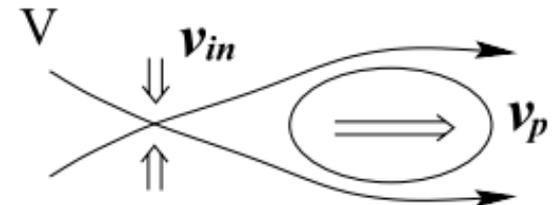
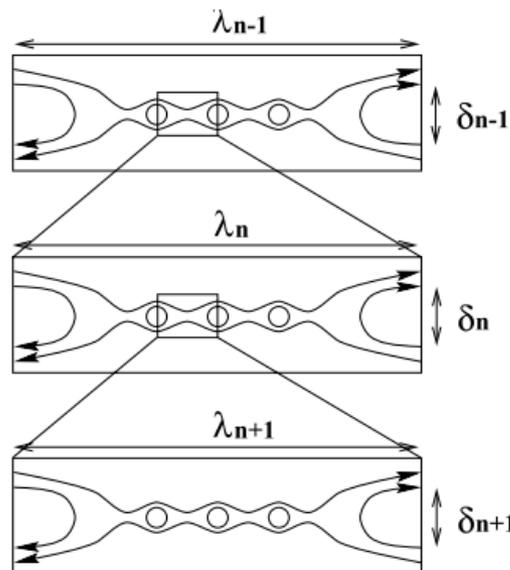
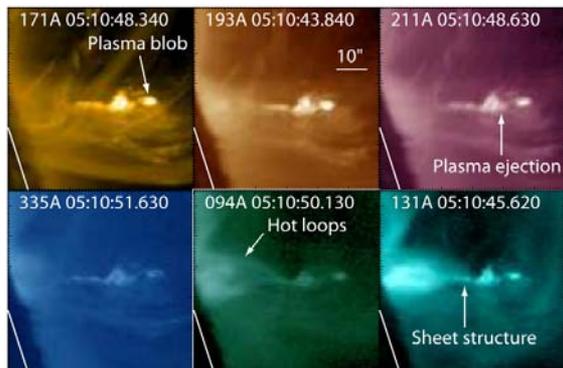
Shibata & Tanuma (2001, EPS, MR2000 proceedings)

- ✓ show that the fractal structure of a current sheet is achieved via the repeated processes of the combination of sheet thinning by the tearing instability and of the Sweet-Parker sheet formation.
- ✓ suggest that the formation and ejection of a plasmoid in the current sheet play a role in the storage of magnetic energy (by inhibiting reconnection) and the induction of a strong inflow into reconnection region through a nonlinear instability.

Tanuma et al. (2001, ApJ)

- ✓ 2D MHD simulations:

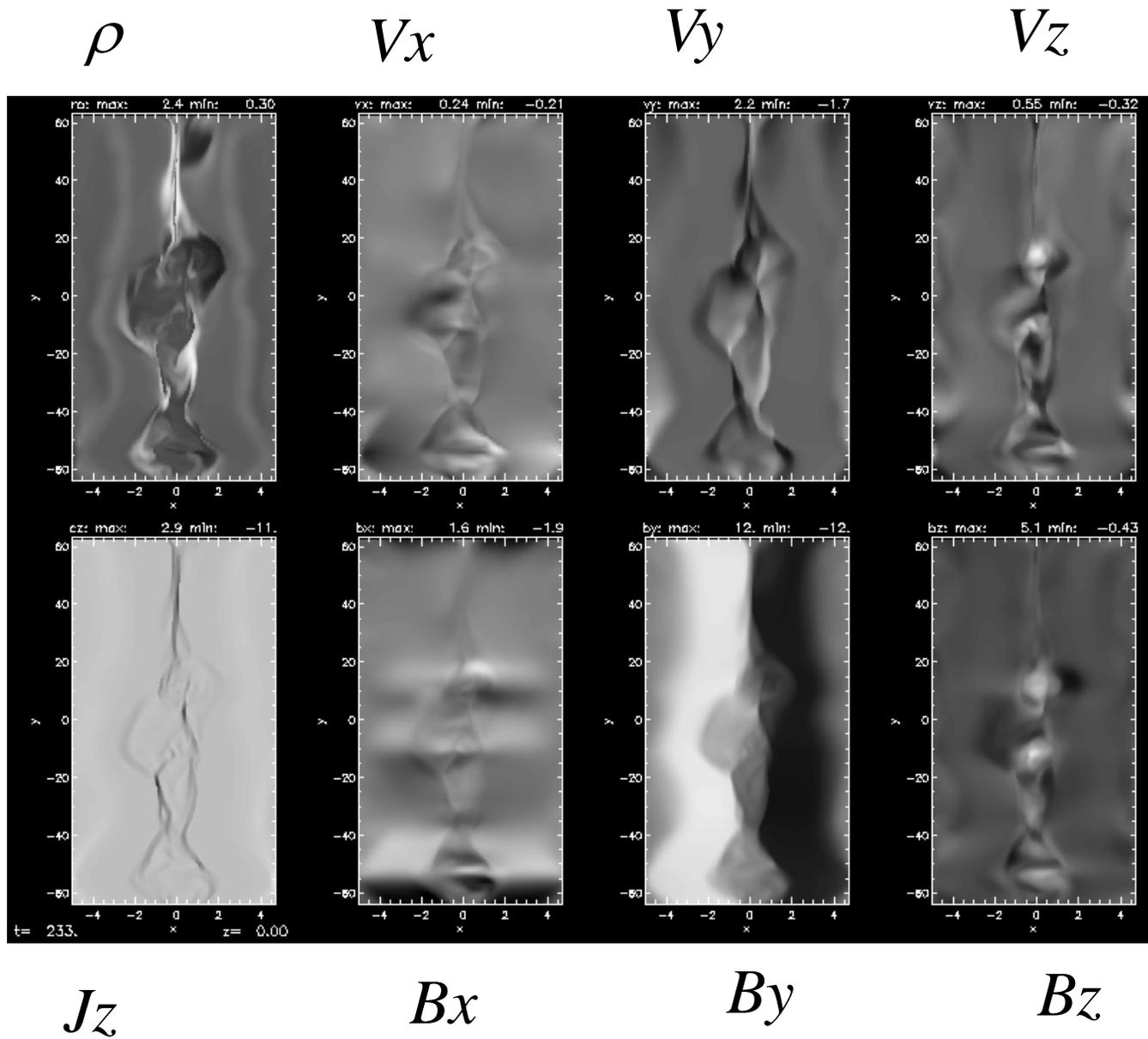
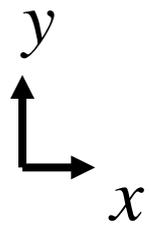
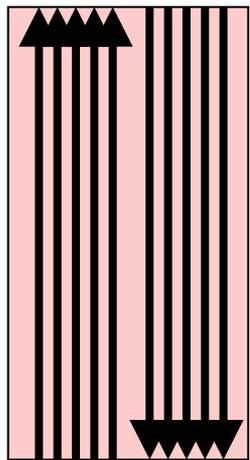
$R_m=150$



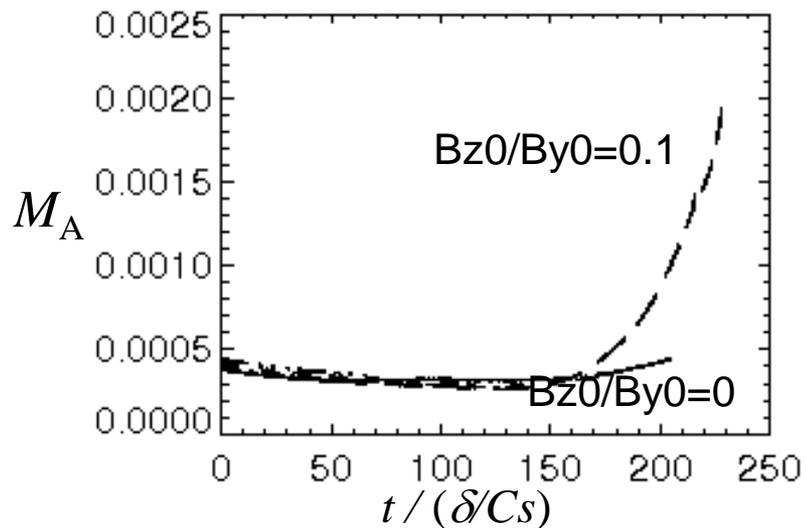
(Takasao et al. 2011)



$B_z0/B_y0=0.1$
 xy-plane
 ($z=0$)

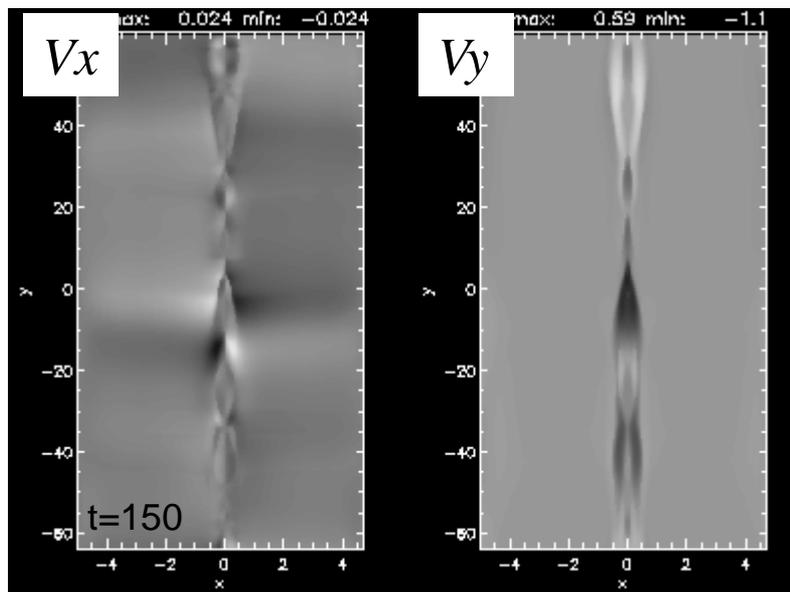


リコネクション率: ガイド磁場効果

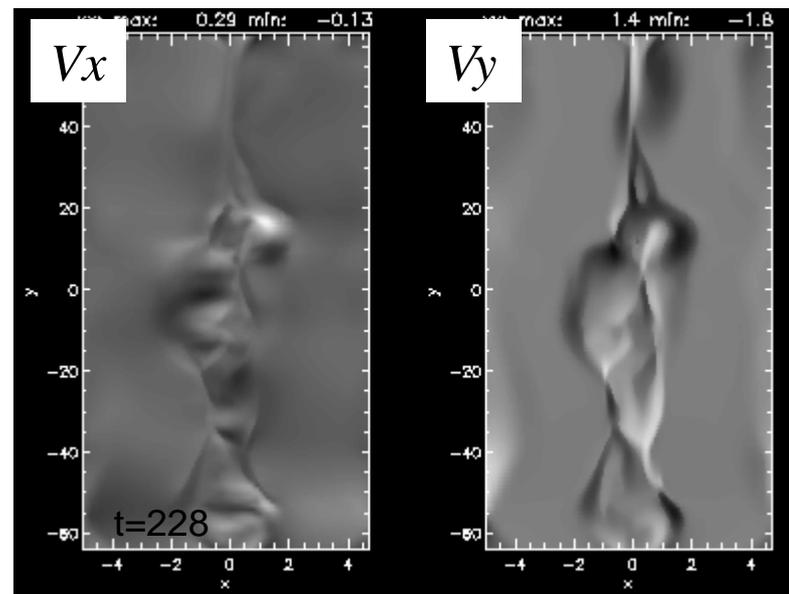


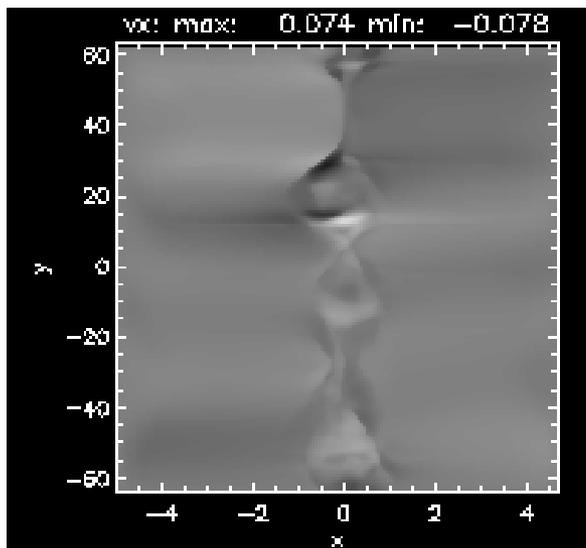
- ガイド磁場を加えることでリコネクション率が3倍近く大きくなった。

$B_{z0}/B_{y0}=0$

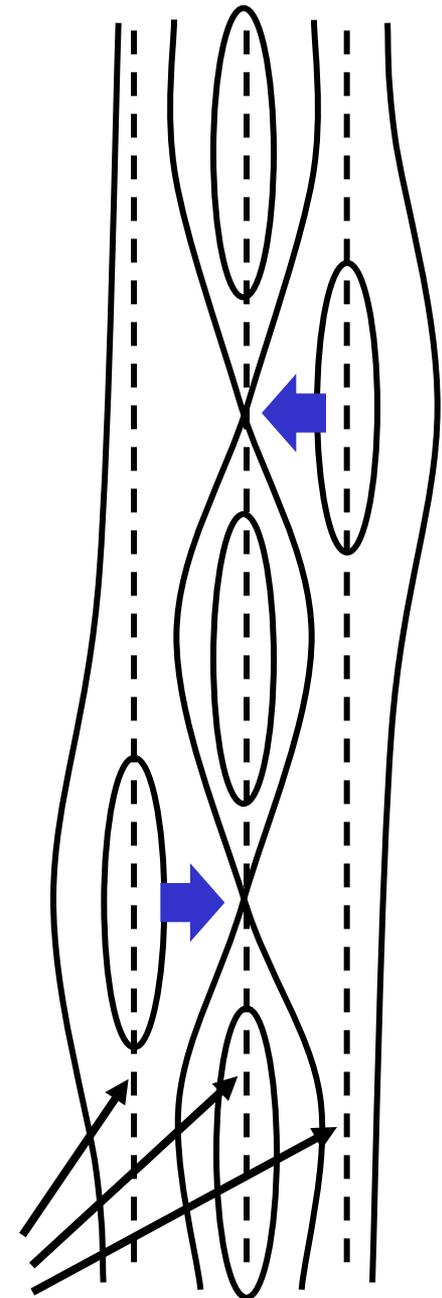
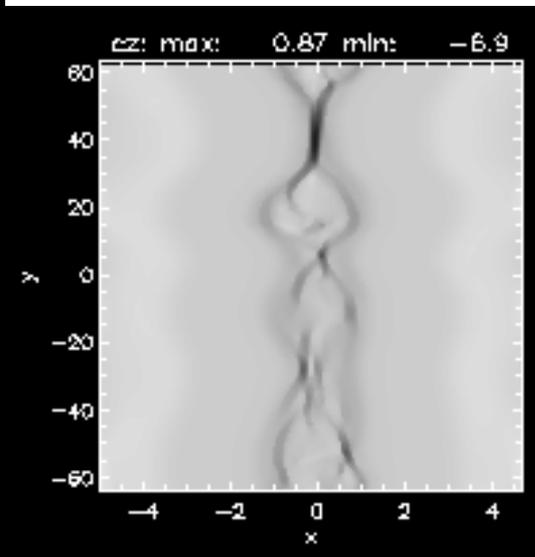
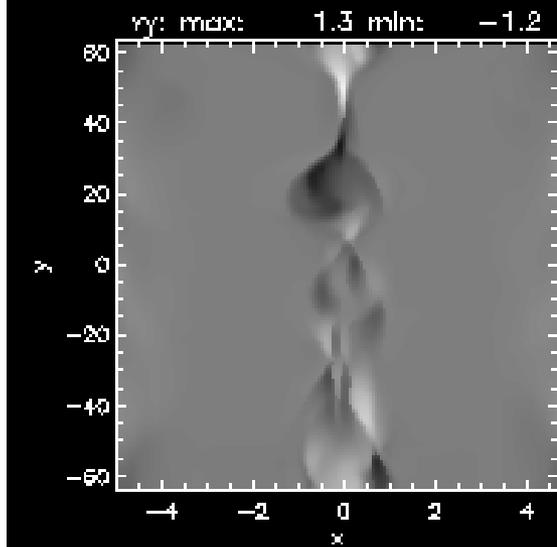


$B_{z0}/B_{y0}=0.1$





磁気島の相互作用によるリコネクション率の増幅



複数の共鳴面上で、磁気島が形成される。磁気島が隣りあう磁気X点を横から押すことでリコネクションを増幅する。

まとめ

磁気流体は、太陽物理学においてなくてはならない道具
天体プラズマ物理でも広く使われている

CANS (Coordinated Astronomical Numerical Software)

流体・MHD・熱伝導などの基本的なFortran計算コードのパッケージ

1D、2D、3D、MPI計算

横山のウェブページからリンクあり