

# ピカールによる地球の大きさの測定

千葉商科大学商経学部 渡辺憲昭(watanabe @ cuc.ac.jp)

272-8512 千葉県市川市国府台 1-3-1

## 1. はじめに

地球の大きさ (周長, 半径) を初めて求めたのはエラトステネス (275-194BC) であるということはよく知られているが, エラトステネス以降ルネサンスの頃まで, 西洋においては地球の大きさを求めることはほとんどなされなかったらしい.

1533年にオランダの数学者・地図制作者であるフリシウス(Frisius, 1508-1555)は三角測量の原理と経度の決定法を発表した[1].

その後1615年に, 光の屈折の法則で名高いオランダの物理学者・数学者であるスネル (Snell;あるいは, スネリウス Snellius, 1580-1626) がアルクマール(Alkmaar)とベルヘン・オブ・ゾーム (Bergen op Zoom) の間の子午線長を, 世界で初めて三角測量を用いて測定し,  $1^\circ$  の緯度差は 107 km であるという結果を得た[2].

1666年にルイ14世の財務総監であったColbert(1619-83)の提案によってパリ王立科学アカデミー(Académie Royale des Sciences de Paris)が設立された. アカデミーでの議論の結果, アカデミーの役割としてまず最初に地球の大きさを測定することが取り上げられた.

これを実行したのはピカール(Picard, Jean-Ferix; 1820-1882)であった. ピカールはカトリックの司祭・修道院長でもあったので l'abbé Picard とも呼ばれる[3]. ピカールは1669年から1670年にかけて, フランスで初めて三角測量によって地球の大きさを測定し, その報告書を1671年に公刊した[4].

本稿はピカールによる報告書の解説である.

## 2. 長さの単位とトワーズ尺

ピカールの報告書で用いられている当時の長さの単位は

トワーズ(toise), ピエ(pied), プス(pouce), リーニュ(ligne)である. これらの間には常に次の関係がある.

$1 \text{ toise} = 6 \text{ pieds}$ ,  $1 \text{ pied} = 12 \text{ pouces}$ ,  $1 \text{ pouce} = 12 \text{ lignes}$   
また, 1674年までは[5]

$1 \text{ lieue} = 10\,000 \text{ pieds (du roi)}$

[注] 1799年12月10日に定められた1メートルの定義は[6]

$1 \text{ m} = 3 \text{ pieds (du roi)} \ 11.296 \text{ lignes} = 443.296 \text{ lignes (du roi)}$

したがって,

$1 \text{ toise} = 864/443.296 \text{ m} \approx 1.949036810 \text{ m}$

なお, pied du roi は pied de Paris ともいう.

[注終]

最も確実な物差しとして選ばれた、ここで言うトワーズ尺というのは grand châtelet de Paris のトワーズ尺である (toise de Paris ともいう)。それは 1668 年にそれまであったトワーズ尺 (toise de l'Écritoire という) から復元されたものである。

このトワーズ尺の精度を調べるため、半周期が 1 秒である単振子の長さを 2 台の振り子時計によって決定した。それは Châtelet de Paris の物差しで測って 36 pouces 8 lignes 1/2 であった。

初期の実験に用いた糸はよった絹糸であったが、これは少しの湿気に対してもはつきりと分かるほどに伸びた。それよりもサイザル麻の繊維を用いる方がよいということが分かった。

2 台の振り子時計は秒を刻む大きさのものであった。2 台とも太陽の平均運動と正確に合わせてあって、同一の恒星が子午線を通過してから再び通過する時間よりも 3 分 5 6 秒遅れた。2 台の振り子時計の秒針は数日間は一貫していた。

単振子の長さは、冬に少し短くなり夏に少し長くなるようであったが、これは 1 ligne の 1/10 にすぎない。

もし振り子の長さが場所によって異なるということが実験によって明らかになれば、振り子から一様な物差しを得るといふ仮定はもはやなりたたない。

### 3. 基線の測定

ピカールはスルドン(Sourdon) とマルボワジンヌ(Malvoisine)との間を測量するのが適していると判断した。この 2 点間の距離は約 32 lieues で、ほぼ同じ子午線上に位置しているからであった。

予備調査によれば、ビルジュイブ(Villejuive ; 現在は ビルジュイフ, Villejuif)からジュビシ(Juvisy)へ至る道(現在のN7に当たるらしい)は大きな起伏もなくまっすぐで舗装されていた。また距離も測量全体の基線とするのに適していた。

Villejuive-Juvisy間を実測するため、4 本の槍の柄(木の棒)を選び、2 本ずつ太い方の端同士をあわせて 1 本にして、2 本の 4 トワーズ尺をつくった。

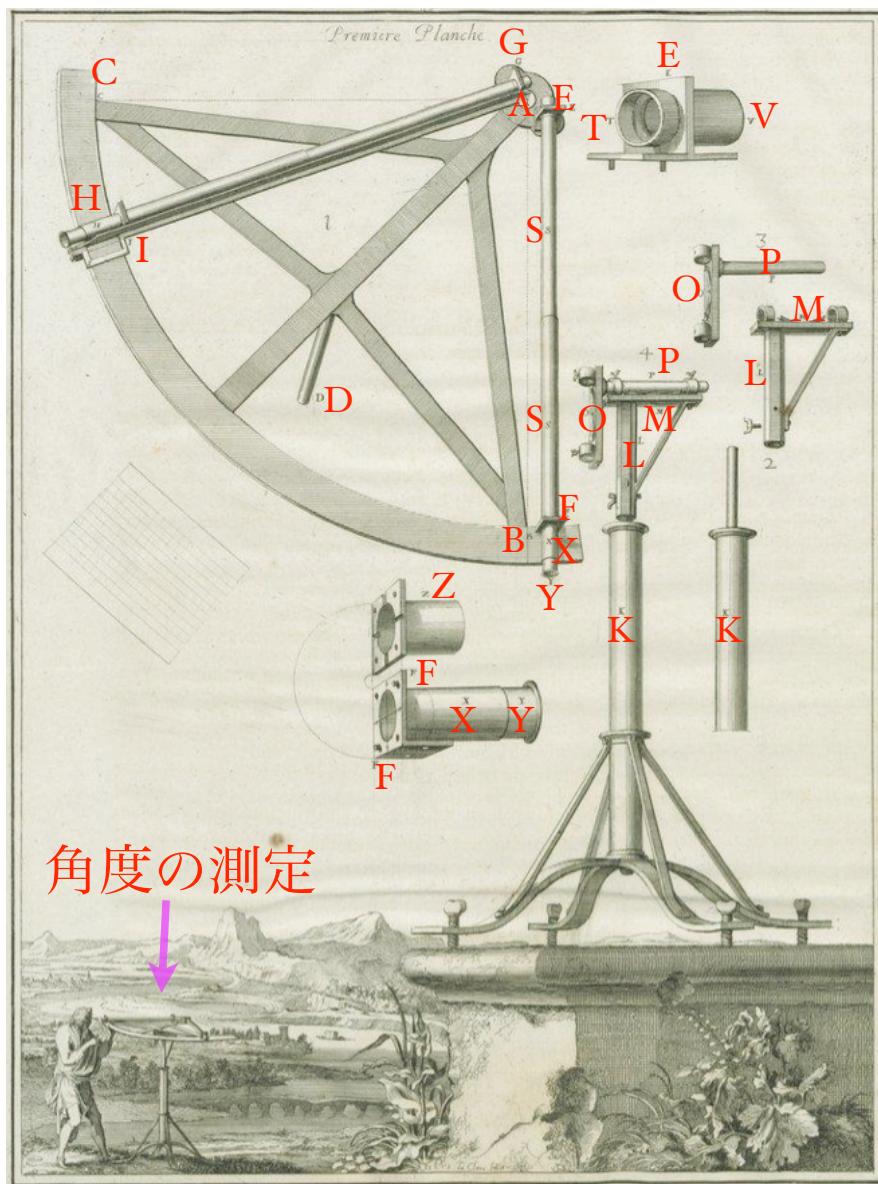
測定中は、1 本を地面において、もう 1 本をぴんと張った長い細縄に沿って端同士を合わせて繋いで伸ばした(これで 1 回の測定)。その次に、最初の地面においてあった棒を持ち上げ、後から地面においた棒に繋いで伸ばした。測定回数を数えるのを容易にするため、測定者の一人に 10 本の点棒(fiche)を持たせた。1 回の測定ごとに 1 つの点棒を置いておく。10 本がなくなったところで 80 トワーズを記入する。

このようにして、Villejuiveの風車(moulin)の真ん中からJuvisyのPavillonまで 2 回測定した。行きは 5662 toises 5 pieds, 帰りは 5663 toises 1 pied であったので

基線の長さ = Villejuive-Juvisy間の距離 = **5663 toises**  $\approx$  11 km

この後の計算はすべてこの数値に基づいている。すべての計算は後に実測した別の基線 XY の長さ 3902 toises によって検算した。

### 4. 象限儀(四分儀)



## 角度の測定

図1：象限儀，出典は[4b]

ピカールは象限儀に初めて望遠鏡を用いた。象限儀の半径は 38 pouces ( $\approx 1\text{m}$ ) で、架台に乗せるための心棒が垂直についている。EF は視準板の代わりに望遠鏡で、固定してある。GH は鉄製のアリダッド付きの望遠鏡で、読み取るべき角度にしたがって度盛環上の任意の位置で止めることができる。

度盛環は分の単位まできわめて明瞭に線 (lignes transversales) によって分割されている。小さな台座 I の中にぴんと張ってある一本の髪の毛あるいは髪の毛よりもっと細い銀の糸はアリダッドの視軸 (ligne de foi) の役割をする。これによって、拡大鏡を使った場合 1/4 分まで容易に見分けることができる。

EF と GH は同種の望遠鏡。SS はブリキ製の筒で、必要なときには取り外して固定してある E, F から分離することができるよう、一方を他方にはめ込むことができる。

前方対物側の視準板 E は T のところに対物レンズを備えている。視準板 E は V

側で筒 SS を支える。

眼側の視準板 F は3つの部分からなる。1つめの FX は度盛環に取り付けてある約 3pouces ( $\approx 8$  cm) の筒で、台座 FF の中央に溶接してある。その前面には撚った黒い2本の絹の細糸がビュランでかすかにつけた切り込みの上に十字にぴんと張ってある。切り込みは糸を置くのに使われ、糸は溶けた蠟で取り付けてある。2つめの Z は小さい筒で X と同様正方形の部品に溶接してある。これは台座 FF の面と合わさり、糸を保護する役をするだけでなく大きい筒 SS を支える。3つめの Y はいま1つの小さな筒で、X にはめ込まれ、接眼レンズを備えている。

視準板 EF 間の距離は、糸を取り付けてある台座 FF の前面が対物レンズの焦点と一致するようになっていなければならない。

部品 LM は、高度を測るため四分儀を垂直に設置する場合にこれだけで用いる。四分儀を水平に設置する場合は LM に OP を追付け加える。

## 5. 三角形網の測量と辺の計算

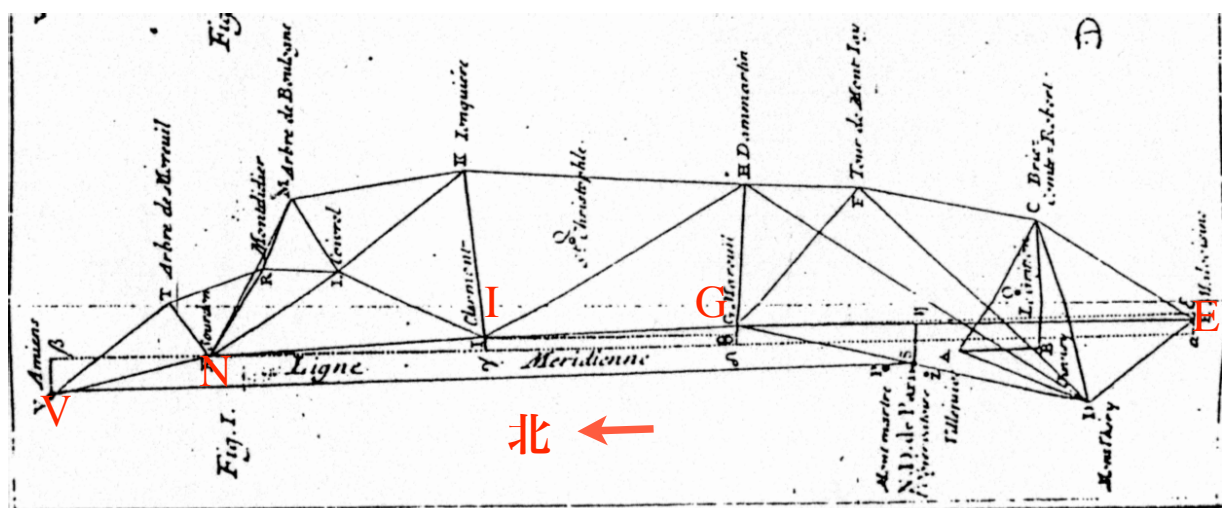


図2：三角形網，出典は[4c]

Malvoisine-Sourdon (EN) 間は Malvoisine-Mareuil (EG), Mareuil-Clermont (GI), Clermont-Sourdon (IN) の3つの線分に分割される。この3つの区間の長さは13の三角形によって計算された。

観測点リスト：

- A. le milieu du Moulin de **Villejuive** [現在の地名は **Villejuif**]
- B. le plus proche coin du Pavillon de **Juvisy** [正式名? **Juvisy sur Orge**]
- C. la pointe du Clocher de **Brie-Comte-Robert**
- D. le milieu de la Tour de **Monthlehy** [現在の綴り **Montlhéry**]
- E. le haut de Pavillon de **Malvoisine**
- F. une pièce de bois(木材?たきぎ?) dressée exprés au haut des ruines de

- la Tour de **Monjay** et grossie(grossir の pp) de paille
- G. le milieu du Tertre de **Mareuil**, où on a été obligé de faire des feux pour le marquer
- H. le milieu du gros Pavillon en ovale du Château de **Dammartin** [正式名? **Dammartin-en-Goële**]
- I. le Clocher de S.Samson de **Clermont**
- K. le Moulin de **Jonquières**, proche **Compiègne** [現在の綴り **Jonquières, Compiègne**]
- L. le Clocher de **Coyvrel** [現在の綴り **Coivrel**]
- M. un petit arbre sur la montagne de **Boulogne**, proche **Montdidier** [現在の名称 **Boulogne-la-grasse**]
- N. le Clocher de **Sourdon**
- O. un petit arbre fourchu (幹が分かれた木) sur la butte du **Grisson**, proche **Villeneuve S. George**
- P. le Clocher de **Montmartre**
- Q. le Clocher de **S. Christophe**, proche **Senlis**
- R. le Clocher de S. Pierre de **Montdidier**
- S. une Guerite (物見櫓, 望楼) au dessus du degré (階段) de la Tour Meridionale de Notre Dame de Paris
- T. un arbre sur la Montagne de **Moreuil**
- V. le Clocher de Notre-Dame d'**Amiens**
- X. le Moulin de Mery
- Y. le Valon de S. Martin à Pas
- Z. le milieu de la face Meridionale du bâtiment de l'Observatoire

AB は第 1 の基線で実測距離は 5663 toises de Paris ( $\approx 11.04\text{km}$ ).

XY は検算のための第 2 の基線で実測距離は 3902 toises de Paris ( $\approx 7.64\text{km}$ ).

$\triangle GDE$  において  $\angle DGE$ ,  $\angle DEG$  を測定するため, Mareuil, Montlhéry, Malvoisine において火をたいた. Mareuil でたいた幅 3 pieds の火は Malvoisine で見ると 3 等星のように見えた. Mareuil-Malvoisine 間の距離が

$$31897 \text{ toises} = 6 \times 31897 = 191382 \text{ pieds}$$

で, 火の幅が 3 pieds だから, 視角は  $3'' \frac{1}{4}$ . ところが望遠鏡を通してみると  $8''$  程あるように見えた. このことから, 望遠鏡を通して見た場合も明るい物体は実際に見えるべき大きさよりも大きく見えるということが結論される.

ピカールの最初の計画では Sourdon まで測定して終わるはずであったが, 測定を Amiens まで伸ばした. Amiens では北極の高度を測定し, Fernel [Jean, 1497-1558,



数学者, 天文学者, 医者] の計算を確かめた.

次にピカールによる測量結果と計算結果の例を掲げる(出典[4c]).

## I. TRIANGLE ABC.

Pour connoître le costé AC.

CAB.  $54^{\circ} 4' 35''$ .

ABC.  $95^{\circ} 6' 55''$ .

ACB.  $30^{\circ} 48' 30''$ .

AB. 5663 Toises de mesure actuelle.

Donc AC. 11012 Toises 5 pieds.

Et BC. 8954 Toises.

### 6. 子午線長の計算

Amiens-Malvoisine 間の子午線に沿った距離を知るためには Malvoisine-Mareuil, Mareuil-Soudonなどを結ぶ直線が子午線に対してどれだけ傾いているかを測定しなければならない.

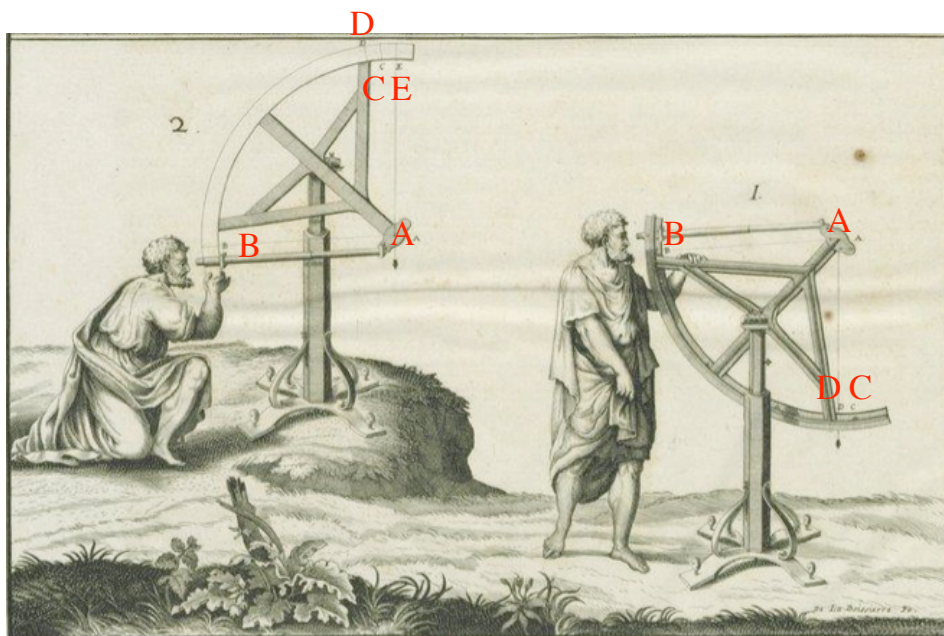


図3：方位角の測定, 出典[4b]

そのため 1699 年 9 月に Tertre de Mareuil に行き, そこから一方では Malvoisine を, 他方では Clermont を望んだ. その場所に象限儀の面が垂直になるように象限儀を設置した. 望遠鏡 EF は常に水平になるようにし, alidade GH は北極星に向けた.

このようにして, 北極星が最大離角になるまで追尾した. 最大離角の近傍では, 北極星は視野内の縦線から長時間離れることがない. 最大離角のところで望遠鏡を固定して一晩中そのままにしておく. 朝になって, 水平線の方向を向いている望遠鏡 EF と

最大離角の方向を向いている望遠鏡 GH とから北極星の最大離角の時の垂直圏を決定することができる。

このようにして決定した北極星の東方最大離角が直線 GI となす角は東に  $4^{\circ}55'$  であった。一方 (1669年頃の)北極星の赤緯の補角は  $2^{\circ}28'$ 、Tertre de Mareuil における北極星の高度は  $49^{\circ}5'$ 。従って、北極星の最大離角は  $3^{\circ}46'$ 。結局、直線 GI が子午線に対してなす角は西に  $1^{\circ}9'$  である。

$\angle IGE = 178^{\circ}25'$  だから、直線 GE が真北となす角は西に  $179^{\circ}34'$ 。すなわち、真南となす角は西に  $26'$  ということになる。

翌 1670年10月に Sourdon において直線 NV が子午線となす角を測定した。結果は、直線 NV が真北に対してなす角は西に  $18^{\circ}55'$ 。従って直線 NI が真南に対してなす角は東に  $2^{\circ}9'10''$ 。

1670年10月の測定では東方最大離角が日没後すぐであったので、望遠鏡を最大離角の位置で固定することなく、すぐに観測を終えることができた。望遠鏡を用いるとまだ明るい薄明の中でも 2 等星を見つけ出すことができ、真昼においても 1 等星を見つけ出すことができる。これもまた望遠鏡を利用する利点の1つである。

N を通る子午線に対して E, V から垂線を下ろす。垂線の足をそれぞれ  $\alpha$ ,  $\beta$  とすれば  $\alpha - \beta$  間の距離が E-V 間の子午線の長さになる。結果は

Malvoisine-Sourdon 間：68347.5 toises

Malvoisine-Amiens 間：78907 toises

## 7. Malvoisine, Sourdon, Amiens の緯度差の測定

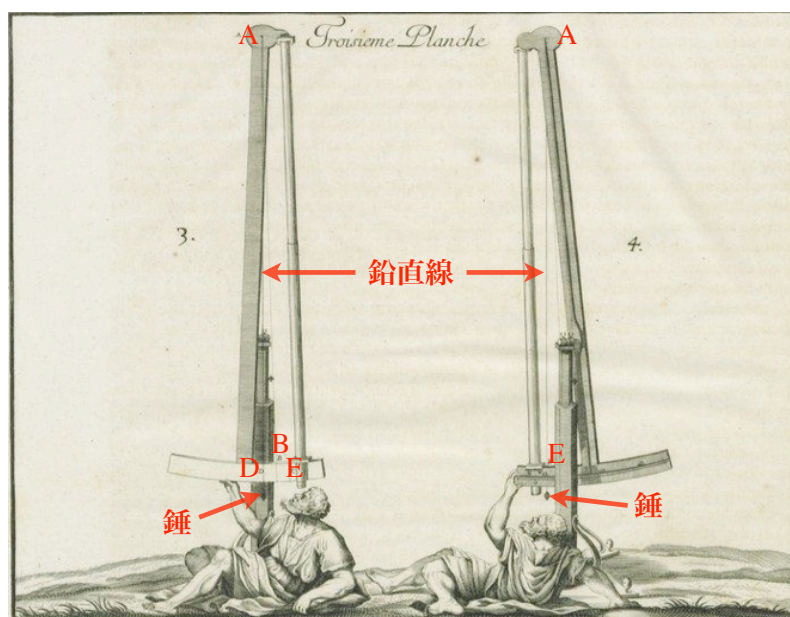


図4：天頂儀，  
出典[4b]

Malvoisine, Sourdon, Amiens 間の緯度差を測定するためにカシオペアの膝 =  $\delta$  Cas ( $\alpha = 1^{\text{h}} 25.8^{\text{m}}$ ,  $\delta = 60^{\circ} 14'$ , 2000年準拠) が子午線を通過する時の天頂距離を各地点で測定する. この星の天頂距離は北に  $9 \sim 10^{\circ}$  である.

この天頂距離を測定するため, 図4に示したような天頂儀を用いる.

この天頂儀は鉄製で, 半径(=望遠鏡の長さ)は 10 pieds ( $\approx 3\text{m}$ ). 望遠鏡は度盛環に固定されている(らしい). 天頂近くの星だけを観測するので, 度盛環は全周の  $1/20$  ( $\approx 20$ 度) ほどである [度盛環の長さは  $1\text{m}$  ほど. 目盛の  $1$  分の長さは  $1\text{mm}$  弱]. 目盛は  $20$  秒の単位まで刻んである.

錘をつるした糸は風の影響を避けるためブリキの筒の中に入れてある.

まず象限儀で北極の高度を測定する. 毎晩,  $\delta$  Cas が子午線を通過する  $2 \sim 3$  時間前に同じ象限儀で  $\delta$  Cas の高度を測り, 恒星の日周運動によって調整した  $1/2$  秒まで計れる振り子時計によって観測時刻を記録する.  $\delta$  Cas が子午線を通過する瞬間がこの振り子時計の何時にあたるかを計算する. このようにして, この天頂儀を子午線面で  $\delta$  Cas が子午線を通過する方向に向けて, その後この位置に固定する.

1670年9月の観測

Malvoisine では pavillon から南 18 toises( $\approx 36\text{m}$ ) の地点で観測

天頂距離: 北に  $9^{\circ} 59' 5''$

9月と10月の観測

Sourdon では教会の北 65 toises( $130\text{m}$ ) にある司祭館で観測

天頂距離: 北に  $8^{\circ} 47' 58''$

10月の観測

Amiens では教会の南 75 toises( $\approx 150\text{m}$ ) にある王の家で観測

天頂距離: 北に  $8^{\circ} 35' 10''$

これらの数値は多数の測定の平均(milieu)を取ったもので, どの観測結果もこの値から  $5''$  以内にある. 結果は

Malvoisine-Sourdon 間の緯度差:  $1^{\circ} 11' 57''$

Malvoisine-Amiens 間の緯度差:  $1^{\circ} 22' 55''$

## 8. 緯度差 $1^{\circ}$ の長さ

三角測量のときの観測地点と天頂距離の観測地点は若干異なるのでこれを補正しなければならない.

Malvoisine-Sourdon 間の緯度差に相当する距離は

$$68347.5 + 18 + 65 = 68430.5 \text{ toises}$$

$$\text{すなわち } 1^{\circ} 11' 57'' = 68430.5 \text{ toises} \quad \therefore 1^{\circ} = 57065 \text{ toises}$$

Malvoisine-Amiens 間の緯度差に相当する距離は

$$78907 + 18 - 75 = 78850 \text{ toises}$$

$$\text{すなわち } 1^{\circ} 22' 55'' = 78850 \text{ toises} \quad \therefore 1^{\circ} = 57057 \text{ toises}$$



一回一回の観測精度は2", 長さでいえば約 32 toises に届かないことを考えると, ここで得られた2つの値は驚くほど一致している.

上に得られた2つの値を丸めて

$$1^\circ = 57060 \text{ toises} \approx 112.21\text{km}$$

となる.

ここに得られた緯度差  $1^\circ$  の長さから

$$\text{地球の円周} = 57060 \times 360 = 20541600 \text{ toises} \approx 40035.58\text{km}$$

$$\text{地球の直径} = 20541600 \div 3.14159265 = 6538594 \text{ toises} \approx 12743.72\text{km}$$

という結果が得られる. 2012年版理科年表によれば,  $50^\circ$  付近では

$$1^\circ = 111.23 \text{ km}$$

である.

## 9. 観測地点の緯度および観測地点間の経度差

子午線に沿った距離を計算した点と Malvoisine との緯度差は

L'Observatoire de Paris	19' 22"
Notre-Dame Paris	20' 22"
Mareuil	33' 32"
Clermont	52' 00"
Sourdon	71' 52"
Notre-Dame d'Amiens	82' 58"

これから各点の緯度は

Malvoisine	48° 31' 48"
L'Observatoire	48° 51' 10"
Notre-Dame de Paris	48° 52' 10"
Mareuil	49° 5' 20"
Clermont	49° 23' 48"
Sourdon	49° 43' 40"
Notre-Dame d'Amiens	49° 54' 46"

2点間の経度差は (左が西, 右が東)

Sourdon	Amiens	5' 54"
Clermont	Sourdon	1' 09"
Mareuil	Clermont	0' 34"
Mareuil	Malvoisine	0' 20"
Mareuil	Paris	4' 37"

これより

Sourdon	Malvoisin	1' 23"
---------	-----------	--------

## 10. 地球は完全な球か？

ピカールによる地球の大きさの測定は地球は完全な球であるという仮定に基づいている。しかし、Lalande 'Astronomie' Livre 15<sup>ème</sup>, p.102 に次のような記述がある。

もし地球が球でないならば、1° の長さは緯度によって異なる。地球は球形でないかもしれないということ言い出したのが誰かに関しては私(Lalande)は知らない。ピカールが1671年に出版した 'Mesure de la Terre' に次のような一文がある。

「赤道に近づくとつれて単振子の長さが短くなると言うのは事実である。これは、もし地球が自転しているとすれば極における力よりも赤道における力のほうが小さくなるのに伴って重さが減少するという、すでに述べられている推測に一致する。しかし実験の正しさに関する十分な情報がないので何らかの結論を出すことはできない。実際、デンハーグはロンドンよりも北にあるのに、デンハーグにおける振り子時計の長さはパリでの長さと同じである」

Lalandeによれば、結局1671年の時点では地球の形状に関しても赤道における振り子の長さに関しても確かなことはわかっていなかった。なお、Newton が「プリンキピア」を公刊したのは1687年である。

## 11. 周極星が東方・西方最大離角のときの方位角の計算

図はここには掲げないが、[7] p.33, 図19を参照している。

最大離角が問題なので最大離角になるときの時刻(恒星時)の事は考えなくても良い。方位角は北から東→南→西の向きに測る(北→西→南→東と測る流儀もある。又、南から東あるいは西に測り始める流儀もある)。

地平座標と赤道座標の関係式は [7] p.34 より

$$\begin{aligned}\cos h \sin A &= -\cos \delta \sin H \\ \cos h \cos A &= \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \sin H \\ \sin h &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H\end{aligned}$$

方位角を北から西の向きに測ることにすれば第1式の右辺のマイナス符号はいらない。これから

$$\tan A = \frac{-\cos \delta \sin H}{\cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos H} \quad (a)$$

両辺をAで微分。  $dH/dA = 0$  となるときのHをH\*として

$$\cos H^* = \frac{\cos \delta \sin \varphi}{\sin \delta \cos \varphi}$$

これを(a)に代入：そのときのAをA\*で表して

$$\tan A^* = \frac{-\cos \delta}{\sqrt{\sin^2 \delta \cos^2 \varphi - \cos^2 \delta \sin^2 \varphi}}$$

A\*の値が負の時は西方最大離角であることを表す。このときの高度をh\*として

$$\sin h^* = \frac{\sin \varphi}{\sin \delta}$$

### 参考文献

- [1] [http://en.wikipedia.org/wiki/Gemma\\_Frisius](http://en.wikipedia.org/wiki/Gemma_Frisius)
- [2] <http://www.cosmovisions.com/geodesieChrono02.htm>
- [3] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Jean\\_Picard](http://fr.wikipedia.org/wiki/Jean_Picard)
- [4a] *Mesure de la Terre* (1671). In *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences depuis 1666 jusqu'à 1699*. 7, Part 1:133-90, Paris, 1729.  
ネットでは
- [4b] <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b7300361b>  
または
- [4c] [http://books.google.fr/books/about/Mesure\\_de\\_la\\_terre.html?id=1COZ-ZexeWYC](http://books.google.fr/books/about/Mesure_de_la_terre.html?id=1COZ-ZexeWYC)
- [5] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Unit%C3%A9s\\_de\\_mesure\\_anciennes\\_%28France%29](http://fr.wikipedia.org/wiki/Unit%C3%A9s_de_mesure_anciennes_%28France%29)  
出典は古いらしい。
- [6] <http://fr.wikipedia.org/wiki/Toise>
- [7] 長谷川一郎「天文計算入門」，恒星社，1982